

1.2 SISTEMAS NUMÉRICOS

CONVERSIÓN ENTRE SISTEMAS BINARIO, OCTAL, DECIMAL HEXADECIMAL

Preparado por: Rangel Alvarado
Estudiante Graduando de Lic. en Ing. Electromecánica
Universidad Tecnológica de Panamá
Panamá, Panamá
e-mail: issaiass@cwpanama.net
web site: <http://www.geocities.com/issaiass/>

ÍNDICE

1.2.1	Introducción	36
1.2.2	Sistemas Numéricos	37
1.2.3	Decimal a (BASE 10 →)	38
1.2.4	Octal a (BASE 8 →)	40
1.2.5	Binario a (BASE 2 →)	41
1.2.6	Hexadecimal a (BASE 16 →)	42
1.2.7	Conclusión	43
1.2.8	Referencias	44
1.2.9	Problemas Propuestos	44

1.2.1 Introducción

Siempre se ha tratado de usar una representación numérica, ya sea para las matemáticas o para las ciencias, algo que de manera abstracta nos dé cierto significado, y da la casualidad que los números se ajustan a estas situaciones.

Un sistema numérico es identificado por su base. La base, es entonces, la cantidad de números posibles diferentes que existen en una unidad. Así, en el sistema decimal, cuya base es 10, los números están representados por dígitos del 0 al 9.

El sistema decimal se utiliza para representar cantidades numéricas: el número de bancas de un salón, un número de cédula, la cantidad de materiales, etc. Mientras tanto, los computadores interpretan mejor el sistema binario¹, el cual, lo utilizan para hacer sus cálculos. Así, al presionar una tecla de la PC, p.e. "2", es convertida en su valor binario y representa una acción para la unidad que lo procesa.

Existen otros tipos de sistemas como el octal y hexadecimal, los cuales se utilizan para representar los números binarios de una forma más abreviada, pero solo es eso, la manera de cómo se presentan ante la vista, al final, la computadora los procesa como números binarios.

La importancia de los sistemas numéricos trata de, en este caso, representar cantidades astronómicas binarias a cantidades más simplificadas y cambiar entre sistemas un mismo número.

¹ Principio el cual entiende cualquier sistema digital, el cual se basa en unos y ceros.

1.2.2 Sistemas Numéricos

Todo sistema numérico está representado por su base. La base es entonces, la cantidad de números posibles diferentes que existen en una unidad. Más detalladamente, *son los números posibles en el sistema empezando desde el cero hasta el número anterior a la que llamamos base*, p.e., para el binario, solo hay dos combinaciones, o un 0 o un 1.

Tabla 13. Sistemas Numéricos

Sistema	Base	Caracteres	Ejemplo, número 300
Binario	2	0 ó 1	100101100
Octal	8	0, 1, 2... 7	454
Decimal	10	0, 1, 2... 9	300
Hexadecimal ²	16	0, 1... 9, 1.2... F	12C

El sistema octal es un sistema poco usado, para fines didácticos se prefiere obviarlo.

1.2.2.1 Escritura de un Número en Serie de Potencias:

Cualquier número se representa en su serie de potencias por medio de la siguiente tabla:

Tabla 14. Escritura en Serie de Potencias

Posición	n	3	2	1	0
Número por Dígitos	$D_3D_2D_1D_0$	$D_3 \cdot \text{Base}^3$	$D_2 \cdot \text{Base}^2$	$D_1 \cdot \text{Base}^1$	$D_0 \cdot \text{Base}^0$

Escritura de un número de 4 dígitos (empezando desde el dígito 0) en su serie de potencias. Si el número tiene más de 4 dígitos, la posición, corresponde al número al cual se eleva la base ($D_{n-1} \text{Base}^{n-1}$, en donde n es el dígito).

Ejemplo: El número 312_{10} , transformado a serie de potencias es:
 $3(10^2)+1(10^1)+2(10^0) = 300 + 10 + 2 = 312_{10}$ ³

² A = 10 B = 11 C = 12 D = 13 E = 14 F = 15

³ La base siempre se ubica de subíndice para denotar el sistema del número.

1.2.3 Decimal a (Base 10 →)

1.2.3.1 Decimal a Binario (Base 10 → Base 2)

El sistema binario es el eslabón entre sistemas, para cambio entre sistemas es más conveniente tratar un número binario. El sistema solo presenta dos posibilidades 1 y 0; no existe otra posibilidad.

Ejemplo: Convertir el número $300_{10} \rightarrow$ Base 2 (convertir 300 decimal a un resultado binario)

Tabla 15. Representación de un Número Decimal en Binario

n	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^n	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Binario		1	0	0	1	0	1	1	0	0

Método:

1. Evaluar 2^n , hasta que sea ligeramente mayor a la cantidad a representar (p.e., $2^9 > 300$).
2. Ubicar 1 en la posición anterior (p.e. un uno [1] en 8).
3. Restar el valor anterior (p.e., 300) de el valor en donde se situó un 1 (p.e., $2^8 = 256$).
4. La diferencia es el residuo del siguiente número a descomponer (p.e., $300 - 256 = 44$).
5. Repetir los pasos 1 @ 4 hasta que el resultado del paso 4 sea 0.

El número binario es: 100101100_2 .

Para comprobar que lo anterior es verídico, siga el método de la tabla 14.

$$1 \cdot (256) + 1 \cdot (32) + 1 \cdot (8) + 1 \cdot (4) = 300_{10}$$

1.2.3.2 Decimal a Octal (Base 10 → Base 8)

El sistema octal sirve para compactar las grandes cantidades binarias que se requieren representar en un número pequeño, este sistema es comprendido desde el 0 hasta el número 7.

Tabla 16. Número siete (7) escrito en Binario

2^2	2^1	2^0
1	1	1

$$1 \cdot (4) + 1 \cdot (2) + 1 \cdot (1) = 7$$

La cantidad máxima de dígitos que se utilizan para representar el número siete (7) es de tres (3) posiciones binarias ($n = [0, 1, 2]$).

El método se torna más fácil de explicar si se escoge el resultado binario anterior.

Ejemplo: Transformar el número anterior 300_{10} (100101100_2) a octal.

Tabla 17. Conversión de Binario a Octal

Grupo	3			2			1		
N	2	1	0	2	1	0	2	1	0
2^n	4	2	1	4	2	1	4	2	1
Binario	1	0	0	1	0	1	1	0	0
Octal	4			5			4		

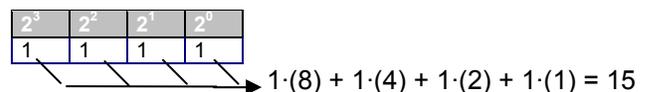
Método:

1. Dividir el número en grupos de tres (3) posiciones empezando desde la derecha. Si la última división resulta no llegar a tres (3) posiciones, rellene con ceros (0) a la izquierda. (p.e., el número dividido es: $100\ 101\ 100_2$).
2. Convertir cada grupo a decimal, ver el método en la tabla 1.2.2 (p.e., Grupo 1 = $4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 4$).
3. El resultado es el número binario en octal (454_8).

1.2.3.3 Decimal a Hexadecimal (Base 10 → Base 16)

Al imaginarse el número 45777_{10} escrito en binario se necesitarían de 16 posiciones binarias para esto. O peor aún, la multiplicación de 45777^2_{10} . Es por esto que se utiliza bastante el sistema hexadecimal, comprime los números binarios más que un número octal. El sistema hexadecimal consta de los números entre 0 a 9 y de A hasta F, lo cual comprenden las 16 unidades de la base, ver pie de página A-2.

Tabla 18. Representación del número quince (15) escrito en Binario



Para el siguiente ejemplo utilizamos el número binario, porque es la forma más fácil de convertir a hexadecimal.

Ejemplo: Transformar 300_{10} (100101100_2) a hexadecimal.

Tabla 19. Conversión Decimal a Hexadecimal

Decimal	300									
n	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
2^n	2	1	8	4	2	1	8	4	2	1
Binario	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
Decimal	1·(1) = 1		1·(2) = 2				(8) + 1·(4) = 12			
Hexadecimal	1		2				C			

Método:

1. Dividir el número en grupos de cuatro (4) posiciones empezando desde la derecha. Si la última división resulta no llegar a cuatro (4) posiciones binarias, rellene con ceros (0) a la izquierda. (p.e., número dividido en grupos: 0001 0010 1100₂).
2. Convertir cada grupo a decimal, ver el método en la tabla 1.2.2, y el pie de página 2 (p.e., Grupo 1 = 8·1 + 4·0 + 1·0 = 12₁₀ = C₁₆).
3. El resultado es el número binario en hexadecimal (12C₁₆).

1.2.4 Octal a (Base 8 →)

1.2.4.1 Octal a Decimal (Base 8 → Base 10)

Para la conversión de octal a decimal se utiliza el método de la tabla 14.

Ejemplo: Convertir 125₈ a decimal.

Tabla 20. Conversión de Octal a Decimal

n	2	1	0
8^n	64	8	1
Octal	1	2	5
Grupos Decimales	1·(64) + 2·(8) + 5·(1)		
Decimal	85		

1.2.4.2 Octal a Binario (Base 8 → Base 2)

Si se involucra un número octal, se descompondrá cada dígito octal de tres en tres posiciones binarias.⁴

Ejemplo: Convertir 125₈ a binario.

⁴ Ver sección 1.2.3.2 (Decimal a Octal); en este caso se ejecuta el procedimiento inverso.

Tabla 21. Conversión de Octal a Binario

Octal	1			2			5		
Binario	0	0	1	0	1	0	1	0	1

La representación binaria de un número octal solamente abarca tres (3) bits cada dígito octal.

El número en binario final es 1010101_2 . Los ceros a la izquierda no tienen peso y es por eso que se obvian de la respuesta.

1.2.4.3 Octal a Hexadecimal (Base 8 → Base 16)

Al pasar de un octal a un hexadecimal, se utiliza el sistema binario de por medio, no hay un método directo.

Ejemplo: Transformar 125_8 a hexadecimal.

Tabla 22. Conversión Octal a Hexadecimal

Octal	1	2			5		
Binario	1	0	1	0	1	0	1
Hexadecimal	5				5		

Siempre que se involucren el paso de los sistemas octal y hexadecimal, se debe de recurrir al binario como intermediario, pues no hay un método directo.

1.2.5 Binario a (Base 2 →)

1.2.5.1 Binario a Decimal (Base 2 → Base 10)

En este punto, se trata de convertir el número 10111101001_2 a decimal. Siempre que se quiera llevar un número a decimal, usamos el método de de la tabla 14.

Tabla 23. Conversión de Binario a Decimal

<i>n</i>	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
2^n	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
Binario	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
Pasos	$1 \cdot (1024) + 1 \cdot (256) + 1 \cdot (128) + 1 \cdot (64) + 1 \cdot (32) + 1 \cdot (8) + 1 \cdot (1)$										
Decimal	1513										

La manera de retornar al sistema hexadecimal se logra por medio de la suma de serie de potencias.

1.2.5.2 Binario a Octal (Base 2 → Base 8)

Se divide en grupos de tres en tres, desde la derecha hasta la izquierda. Si el último grupo dividido queda en uno o dos dígitos, las demás casillas a la izquierda se rellenan con ceros.

Tabla 24. Conversión de Binario a Octal

<i>Binario</i>	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	
<i>Octal</i>	2			7			5			1		

Desde el punto decimal, se divide en espacio de 3 bits y se suma cada resultado.

1.2.5.3 Binario a Hexadecimal (Base 2 → Base 16)

Tabla 25. Conversión de Binario a Hexadecimal

<i>Binario</i>	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1
<i>Hexadecimal</i>	5			E			9				

Ver método de la tabla 19.

1.2.6 Hexadecimal a (Base 16 →)

1.2.6.1 Hexadecimal a Decimal (Base 16 → Base 10)

Utilícese el mismo procedimiento de regla de potencias (tabla 14).

Ejemplo: Convertir el número $A09_{16}$ a decimal:

Tabla 26. Conversión de Hexadecimal a Decimal

<i>n</i>	2	1	0
<i>Resultado</i>	256	16	1
<i>No. Hex.</i>	A	0	9
<i>Pasos</i>	$10 \cdot (256) + 1 \cdot (9)$		
<i>No. Dec.</i>	2569_{10}		

La aplicación es la misma al pasar a decimal, se multiplica el valor hexadecimal, por su serie de potencia asociada en hexadecimal, así el resultado que se obtiene es el número binario correspondiente.

1.2.6.2 Hexadecimal a Binario (Base 16 → Base 2)

El número se divide cada cuatro (4) dígitos binarios en un grupo:

Tabla 27. Conversión de Hexadecimal a Octal

Hexadecimal	A				0				9			
Binario	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Se descompone el grupo en su suma binaria correspondiente, en donde el resultado es el número hexadecimal escrito en binario.

1.2.6.3 Hexadecimal a Octal (Base 16 → Base 8)

Para transformar un número hexadecimal a octal se debe de utilizar el sistema binario como vínculo intermedio y luego se divide en grupos de tres (3) bits el número binario correspondiente, la suma de cada grupo de tres (3) casillas, representa un dígito octal.

Tabla 28. Conversión de Hexadecimal a Octal

Binario	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
Octal	5			0			1			1		

Un número hexadecimal a octal y viceversa se logra transformar con la ayuda del sistema binario.

1.2.7 Conclusión

La conversión de sistemas se utiliza para expresar números astronómicos en pequeñas cantidades; pero no solo abarca su expresión sino su uso en sistemas computarizados como las PCs y microcontroladores los cuales entienden un conjunto de unos (1) y ceros (0) para ejecutar acciones de control.

1.2.8 Referencias

1.2.8.1 Sistemas Digitales, Principios y Aplicaciones

Autor: Ronald J. Tocci

Recurso: Capítulo 2 – Sistemas Numéricos y Códigos

1.2.8.2 Reseña general de los sistemas numéricos

(a) <http://www.monografias.com/trabajos3/sistnumer/sistnumer.shtml>

1.2.8.3 Ejercicios de sistemas numéricos

(a) <http://www.seg.inf.uc3m.es/pc/Conversion.html>

1.2.8.4 Conversión de sistemas numéricos

(a) <http://coqui.lce.org/cadiaz/Intro/SistNum.html>

1.2.8.5 El sistema binario

(a) <http://personales.unican.es/togoresr/lisp/BINARIO.htm>

1.2.8.6 El sistema decimal

(a) http://www.lafacu.com/apuntes/informatica/siste_ume/default.htm

1.2.8.7 El sistema octal

(a) <http://www.fismat.umich.mx/~elizalde/curso/node39.html>

1.2.8.8 El sistema hexadecimal

(a) <http://www.fismat.umich.mx/~elizalde/curso/node118.html>

1.2.8.9 Página web sobre esta Nota Técnica

(a) <http://www.geocities.com/issaiass/>

1.2.9 Problemas Propuestos

Para los siguientes problemas propuestos convierta el número correspondiente a los demás sistemas restantes:

a) 370_{10} b) 1256_8 c) $11E2_{16}$ d) 101110110_2 e) $G1_{16}$

Respuestas:

a) 101110010_2 , 562_8 , 172_{16}

b) 1010101110_2 , 686_{10} , $2AE_{16}$

c) 1000111100010_2 , 4578_{10} , 10742_8

d) 566_8 , 376_{10} , 176_{16}

e) El sistema hexadecimal abarca de 0 a 9 y A hasta F, G no es parte de este sistema.