MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Una cosa que da vueltas tiene movimiento circular. Por ejemplo, un trompo, una calesita o las agujas del reloj. Si lo qué está girando da siempre el mismo número de vueltas por segundo, digo que el movimiento circular que tiene es **UNIFORME**. **(MCU)**

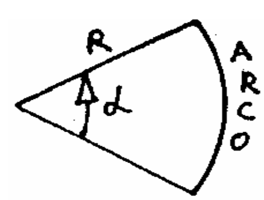
Ejemplos de cosas que se mueven con movimiento Circular Uniforme

La tierra. Siempre da una vuelta sobre su eje cada 24hs. También gira alrededor del sol. Da una vuelta cada 365 días. Un ventilador, un lavarropas o los viejos tocadiscos
La rueda de un coche que viaja con velocidad cte.

EL RADIAN

Si vos tenés un ángulo y querés saber cuanto mide, vas lo medís con el transportador. Esto te da el ángulo medido en grados. Este método viene de dividir la circunferencia en 360 º. Para usar la calculadora en grados tenés que ponerla en **DEG** (Degrees, que quiere decir grados en inglés).
El sistema de grados sexagesimales es **UNA** manera de medir ángulos. Hay otros métodos. Por ejemplo, tenés el sistema francés que divide la circunferencia en 400 grados. Este sistema no se usa.

Ahora quiero que veas el asunto de medir los ángulos en RADIANES. Este es el sistema nuevo que tenés que aprender porque es el que se usa acá en movimiento circular. Fijate.
Para medir un ángulo en radianes se hace así: Se mide el largo del arco abarcado por el ángulo. Esto lo podés hacer con un centímetro, con un hilito o con lo que sea.



Se mide el radio del circulo. Para tener el valor del ángulo medido en radianes hago esta cuenta:

$$\alpha_{(Rad.)} = \frac{ARCO}{RADIO} \quad \leftarrow \text{ANGULO MEDIDO EN RADIANES.}$$

Fijate que hacer la división del arco sobre radio significa ver cuantas veces entra el radio en el arco. Como el radio se mide en metros y el arco también, el radián resulta ser **un número sin unidades**.

Si Juán mide 2 metros y yo mido uno, quiere decir que entro 2 veces en Juán. Este 2 es un número sin dimensiones, solo me dice cuantas veces entro <u>yo</u> en <u>Juán</u>. Con los radianes lo mismo. Lo que me dice el ángulo en radianes es cuántas veces entra el radio en el arco. Por ejemplo, si alfa es 3 radianes, eso significa que el radio entra 3 veces en el arco abarcado por ese ángulo.

<u>¿ A cuántos grados equivale un radián ?</u>

Veamos. Dibujo una circunferencia entera y hago una cuentita: Para una circunferencia entera, el arco es el perímetro, que vale 2 Pi por radio. Así que 360° equivalen a :

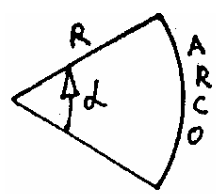
$$360^\circ = \frac{2\pi \cdot \cancel{R}}{\cancel{R}} = 2\pi\ (\text{rad})$$

$$\Rightarrow 1\ \text{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57{,}295^\circ\ldots$$

$$\boxed{57^\circ\ 17'\ldots} \longleftarrow$$ VALOR DE 1 RADIAN

Por lo tanto, 1 radian es un ángulo que es un poco mayor que una porción de pizza. (Pregunta: ¿ Cuál es el ángulo de una porción de una grande de muzzarella ? ¿ Cuál es el ángulo de una porción de una chica ?)

Para que tengas una idea, acá te dibujo un ángulo que tiene 1 radian. Para hacer que sea de mas o menos un radian traté de dibujarlo de manera que el arco midiera lo mismo que el radio.



⇦ **UN ANGULO DE 1 RADIAN**

<u>Nota</u>: Para usar la calculadora en radianes hay que ponerla en " **<u>RAD</u>** "

<u>LA VELOCIDAD ANGULAR OMEGA (ω)</u>

Para tener una idea de la rapidez con que algo se está a moviendo con movimiento circular, ellos definen la velocidad angular **<u>ω</u>** como el N^{ro} de vueltas que da el cuerpo por unidad de tiempo.

Si un cuerpo tiene gran velocidad angular quiere decir que da muchas vueltas por segundo. Resumiendo: La velocidad en el movimiento circular es la cantidad de vueltas que un cuerpo da por segundo. Otra manera de decir lo mismo sería dar el ángulo girado por unidad de tiempo. Esto daría en grados por segundo o en rad por segundo.

VELOCIDAD ANGULAR. $\boxed{\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}}$ ← ANGULO GIRADO. ← tiempo empleado.

Una misma velocidad angular se puede poner de varias maneras diferentes. Por ejemplo, para los lavarropas o para los motores de los autos se usan las revoluciones por minuto (RPM). También a veces se usan las RPS (= Revoluciones por segundo). También se usan los grados por segundo y los radianes por segundo.
Es decir, hay muchas unidades diferentes de velocidad angular. Todas se usan y hay que saber pasar de una a otra. No es muy complicado el pasaje. Hay que hacer regla de 3 simple.
Por ejemplo, paso una velocidad de 60 RPM a varias unidades diferentes:

$$60\ \text{R.P.M.} = 60\ \text{Revol. x min.}$$

$$60\ \text{R.P.M} = \frac{1\ \text{rev}}{\text{seg}} = \frac{360^\circ}{\text{seg}} = \frac{2\pi\ (\text{rad})}{\text{seg.}}$$

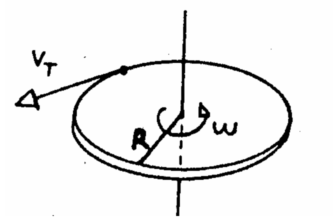
La mas importante de todas las unidades de velocidad angular es la de radianes por segundo. Esta unidad es la que se usa en los problemas.
Ahora, una aclaración importante: Los chicos dicen: Bueno entonces las unidades de la velocidad angular ω van a ser:

$$[\,\omega\,] = \frac{\text{Radianes}}{\text{segundo}}$$

Esto es correcto. Pero hay un problema. Resulta que el radian es un número sin unidad. Y la palabra Radián suele no ponerse. De manera que las unidades que se suelen usar en la práctica son 1/seg .
Este 1/seg a veces también lo ponen así: 1/s o así : s^{-1} . Muchas veces aparece en los parciales la velocidad angular en segundos a la menos uno y la gente no entiende lo que es. (Atento).

LA VELOCIDAD TANGENCIAL (V_t)

Imaginate un disco que esta girando. Sobre el borde del disco hay un punto que da vueltas con movimiento circular uniforme.



Ese punto tiene todo el tiempo una velocidad que es tg a la trayectoria. Esa velocidad se llama **velocidad tangencial**. Para calcular la velocidad tangencial se hace el espacio recorrido sobre la circunferencia dividido por el tiempo empleado. El espacio recorrido es el arco recorrido, así que:

$$V_T = \frac{ARCO}{t} = \frac{\alpha(rad)\,.\,R}{t} = \omega\,.\,R$$

$$\Longrightarrow \boxed{V_T = \omega\,.\,R}$$ VELOC. TGCIAL.

Fijate que $\underline{\omega}$ se mide en 1/seg y el radio se mide en metros. Asi que las unidades de la velocidad tangencial van a ser m/s.

EL PERIODO T:

Es el tiempo que tarda el cuerpo en dar una vuelta. Por ejemplo, el periodo de rotación de la tierra es 24 hs. El periodo de rotación de la aguja grande del reloj es de 1 hora. El período se mide en segundos. (O en hs, minutos, etc).

LA FRECUENCIA f

Es el N^{ro} de vueltas por segundo que da el cuerpo. (Por ejemplo, 3 vueltas por segundo, 5 vueltas por segundo.... etc.). Las unidades de la frecuencia son " 1 / seg " . A esta unidad se la llama **Hertz**. 1 Hz = 1 / seg . A veces vas a ver puesto el Hz como seg^{-1} o s^{-1}). La frecuencia es la inversa del periodo :

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \leftarrow \text{frecuencia}$$

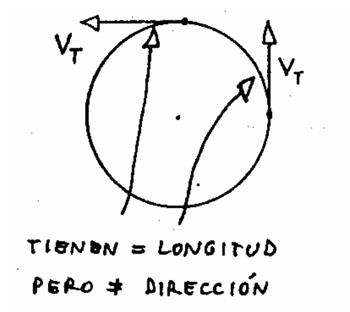
Fijate que si en vez de medir la velocidad angular ω en rad/seg o en grados/seg la medís en vueltas por segundo, la velocidad angular y la frecuencia coinciden. Por eso a ω a veces se le dice "frecuencia angular ".

ACELERACION CENTRIPETA (ojo con esto!!)

En el movimiento circular uniforme, el largo de la flecha que representa al vector velocidad tangencial no cambia. Esto quiere decir que el módulo de la velocidad tangencial es constante. Pero ojo!, lo que sí cambia es **LA DIRECCION** del vector de la velocidad. (Atento).

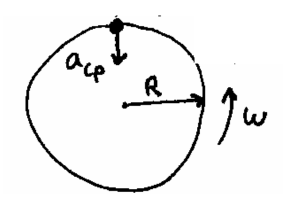
Y este es el problema, porque cuando hay un cambio de velocidad tiene que haber una aceleración. Esa aceleración se llama centrípeta, y lo que la provoca es el cambio de dirección del vector velocidad tangencial.

Fijate en el siguiente dibujito:



EL VECTOR VELOCIDAD TANGENCIAL CAMBIA DE DIRECCIÓN Y ESO PROVOCA LA APARICION DE UNA ACELERACION QUE SE LLAMA ACELERACION CENTRIPETA.

Esta aceleración centrípeta apunta siempre hacia el centro. Explicar por qué la aceleración centrípeta apunta hacia adentro es un poco complicado . Lo lógico sería decir que la a_{cent} apunta hacia fuera, porque cuando un colectivo dobla uno tiende a irse " hacia fuera " Pero bueno, explicar esto es un poco complicado.



LA ACELERACION CENTRIPETA APUNTA SIEMPRE HACIA EL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA.

La aceleración centrípeta se calcula por cualquiera de las siguientes dos maneras:

$$\boxed{a_c = \frac{V^2}{R} = \omega^2 . R} \leftarrow$$

ACELERACIÓN CENTRÍPETA.

La demostración de cómo se deduce la fórmula para calcular la a_c también es algo complicada, así que tampoco la pongo.

OTRAS FORMULITAS QUE SE USAN EN MOVIMIENTO CIRCULAR

La velocidad angular w era el ángulo girado dividido el tiempo empleado. Cuando el tiempo empleado sea justo un período (T), el ángulo girado será 2 PI . (= una vuelta). Entonces voy a poder calcular la velocidad angular w como:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \longleftarrow$$ OTRA MANERA DE CALCULAR LA VELOCIDAD ANGULAR W

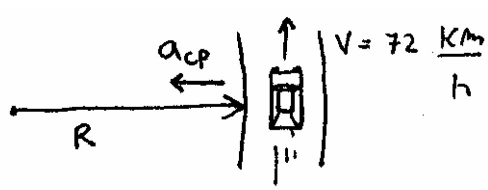
Pero como f = 1 / T, esta misma formula se puede poner como:

$$\boxed{\omega = 2\pi f}$$

EJEMPLOS

1- Un automóvil, cuyo velocímetro indica en todo instante 72 km/h, recorre el perímetro de una pista circular en un minuto. Determinar el radio de la misma. Si el automóvil tiene una aceleración en algún instante, determinar su módulo, dirección y sentido.

Hagamos un dibujito. Visto desde arriba el asunto se ve así:



Si la punta es circular, la velocidad que tiene el auto es la velocidad tangencial. Si da una vuelta a la pista en un minuto, significa que su periodo es T es de un minuto. Ahora , w es 2π sobre T , entonces:

$$W = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60\ s} = 0{,}104\ \frac{1}{s} \longleftarrow \text{velocidad angular}$$

Por otro lado la velocidad tangencial es 20 m/s (=72 km/h).reemplazando:

$$V_T = w.\,R$$

$$\rightarrow \quad R = \frac{V_R}{W} = \frac{20 m/s}{0{,}104\ 1/s}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{R = 191\ m} \longleftarrow \text{Radio de la pista}$$

- ¿Si el automóvil tiene aceleración ? Rta: Sí, tiene aceleración centrípeta de modulo:

$$a_{cp} = w^2\,R = (0{,}104\ Vs)^2.\ 191\ m$$

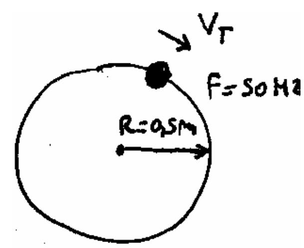
$$a_{cp} = \boxed{2{,}09\ m/s^2} \quad \text{(dirigida hacia el centro de la pista)}$$

2- Un automóvil recorre la circunferencia de 50 cm de radio con una frecuencia F de 10hz. Determinar:

a- el periodo.

b- la velocidad angular.

c- su aceleración.



Una frecuencia de 50 hz es una frecuencia de 50 1/s. Acá sólo es cuestión de aplicar formulas. A ver si me seguís. W era 2π x f. Entonces:

$$W = 2\pi.f = 2.\pi\ 10\ 1/s = \boxed{62{,}8\ 1/s} \longleftarrow \text{velocidad angular}$$

El período T era 1/frecuencia:

$$T = \frac{1}{F} = \frac{1}{10\ \ 1/s} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}1\ s} \quad \text{Período}$$

$$V_r:\ w\ .\ R \quad \Rightarrow \quad V_t = 62{,}8\ 1/s \times 0.5m$$

$$\boxed{V_r = 31{,}4\ m/s} \longleftarrow \text{velocidad tangencial}$$

Su aceleración va a ser la aceleración centrípeta, que siempre esta apuntando hacia el centro de la circunferencia. El módulo de esta aceleración se puede calcular por cualquiera de las siguientes 2 formulas: $a_{cp} = w^2\,R$ ó $a_{cp} = V_r^2/r$

Usando la 1^{era}:

$$a_{cp} = (62{,}8\ 1/s)^2 \times 0{,}5m$$

$$\Longrightarrow \quad a_{cp} = 1973\ m/s^2$$

3- cuál es la aceleración que experimenta un chico que viaja en el borde de una calesita de 2m de radio y que da vuelta cada 8 segundos.

Para calcular la aceleración centrípeta es siempre lo mismo $a_{cp} = w^2 . R$. Si el tipo da 1 vuelta cada 8 segundos su velocidad angular va a ser :

$$w = \frac{2\pi}{8s} = 0{,}785\ 1/s$$

Entonces:

$$A_{cp} = (0{,}785\ 1/s)^2 . 2m$$

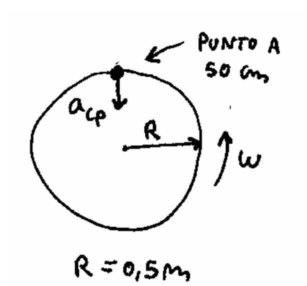
$$\Longrightarrow \quad \boxed{A_{cp} = 1{,}23\ m/s^2} \longleftarrow \text{aceleración centrípeta del chico}$$

4- calcular la velocidad angular y la frecuencia con que debe girar una rueda, para que los puntos situados a 50cm de su eje estén sometidos a una aceleración que sea 500 veces la de la gravedad.

Este problema no es difícil. Quiero que la aceleración centrípeta sea igual a 500 g. Para que tengas una idea 500 g es el valor de una centrifugadora de laboratorio.

$$A_{cp} = 500.g = 500 \times 10\ m/s^2$$

$$A_{cp} = 5000\ m/s^2$$



La velocidad angular para la cual se cumpla esto va a ser:

la frecuencia será: $w = 2\pi . f = w/2\pi = 100\ 1/s / 2\pi$

$$\Longrightarrow \quad f = \boxed{15{,}9\ 1/s}$$
