

TEOREMA DE ROUCHÉ-FROBENIUS

Sea el sistema lineal $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \in M^{m \times n}$, $\mathbf{X} \in M^{n \times 1}$, $\mathbf{B} \in M^{m \times 1}$ y sea $\mathbf{A}' \in M^{m \times (n+1)}$ la matriz ampliada.

$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ es compatible $\Leftrightarrow r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}')$

$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ es incompatible $\Leftrightarrow r(\mathbf{A}) \neq r(\mathbf{A}')$

CONSECUENCIAS

Sea $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ un sistema lineal compatible, es decir, $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}')$ donde $\mathbf{A} \in M^{m \times n}$, $\mathbf{X} \in M^{n \times 1}$ y $\mathbf{B} \in M^{m \times 1}$. Entonces:

➤ **$r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}') = n$ (número de incógnitas) \Leftrightarrow el sistema es Compatible Determinado (Solución Única)**

➤ **$r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}') = r < n$ (número de incógnitas) \Leftrightarrow el sistema es Compatible Indeterminado (Infinitas Soluciones).**

En este caso se tienen r incógnitas principales, cuyos valores dependen de los infinitos valores que les asignemos a las “ $n - r$ ” restantes llamadas variables libres.