IDENTIDADES NOTABLES

Una identidad notable es una igualdad algebraica compuesta por productos de binomios y polinomios, de manera que la expresión se verifica para cualquier valor tomado por las letras.

Cuadrado de una suma

En esta identidad notable se verifica que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Para demostrar que esto se cumple, basta con multiplicar:

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2, \text{ ya que } ab = ba.$$

Esto se lee como "el cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primer sumando, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo".

Ejemplo: $(x+4)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$.

Cuadrado de una diferencia

En esta identidad notable se verifica que $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Para demostrar que esto se cumple, basta con multiplicar:

$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2, \text{ ya que } ab = ba.$$

Esto se lee como "el cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primer sumando, menos el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo".

Ejemplo: $(x-3)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$.

Suma por diferencia

En esta identidad notable se verifica que $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$. Para demostrar que esto se cumple, basta con multiplicar:

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2, \text{ ya que } ab = ba.$$

Esto se lee como "la suma de dos monomios por su diferencia es igual a la diferencia de los cuadrados".

Ejemplo: $(x+2)\cdot(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$.

APLICACIÓN DE LAS IDENTIDADES NOTABLES

Las identidades notables se aplican sobre todo en la descomposición de polinomios en factores.

Ejemplo: descomposición de un polinomio en factores

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2 = (x-2)^2$$

ECUACIONES

Una ecuación expresa, utilizando una igualdad algebraica, una relación o condición entre cantidades, de las cuales desconocemos al menos alguna de ellas. Esta cantidad desconocida es lo que llamamos **incógnita** y se representa con una letra, normalmente x.

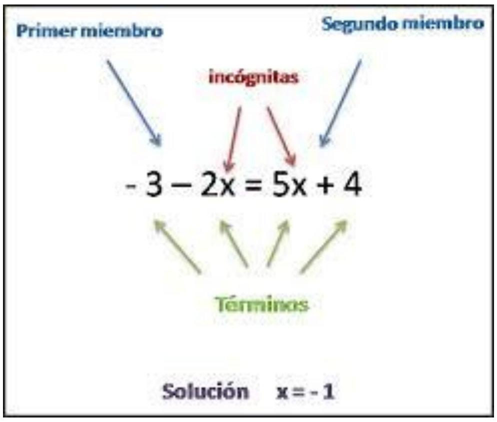
Resolver la ecuación, es hallar el valor o valores de estas incógnitas, de manera que la igualdad sea cierta.

Elementos de una ecuación

Una ecuación está compuesta por varios elementos.

Las expresiones algebraicas que aparecen a cada lado de la igualdad son llamadas **miembros**. El miembro situado a la izquierda es conocido como el **primer miembro** y el de la derecha se llama **segundo miembro**. Cada sumando que forma los miembros son los **términos**. Como ya habíamos dicho, las letras se corresponden con las **incógnitas**. Y los valores que deben tomar estas letras para que la igualdad sea cierta son las **soluciones**.

Además, el **grado de una ecuación** es el mayor de los grados de los monomios que componen los miembros.



Ecuaciones equivalentes

Se llaman ecuaciones equivalentes a aquellas que tienen las mismas soluciones.

Por un lado, si se suma o resta una cantidad, o una expresión, en ambos miembros de la ecuación, entonces se obtiene otra equivalente.

Ejemplo: en la ecuación $4x + 4 = x - 2$ si le restamos en cada miembro cuatro unidades, $4x + 4 - 4 = x - 2 - 4$, tenemos que $4x = x - 6$ es una ecuación equivalente a la inicial.

Por otro lado, si se multiplican o dividen ambos miembros de la ecuación por un número, o una expresión algebraica, también obtenemos otra ecuación equivalente.

Ejemplo: en la ecuación $\frac{x}{4} = 2 + x$ si multiplicamos por cuatro en cada miembro de esta, $\frac{x}{4} \cdot 4 = (2 + x) \cdot 4$, tenemos que $x = 8 + 4x$ es una ecuación equivalente a la inicial.

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE 1º GRADO

Ecuaciones de 1º grado sin denominadores

Para resolver este tipo de ecuaciones se deben seguir los siguientes pasos:

1. Agrupamos los términos que contengan la incógnita en unos de los miembros de la ecuación y los términos independientes en el otro miembro.
2. Despejamos la incógnita, es decir, dejamos la incógnita sola en un miembro de la ecuación.

Ejemplo: resolvamos la ecuación $4x + 4 = x - 2$.

Paso 1. Agrupamos términos. Para ello, restamos x y 4 en ambos miembros.

$$4x + 4 - x - 4 = x - 2 - x - 4 \;\rightarrow\; 4x - x = -6$$

Paso 2. Despejamos la incógnita. Para ello, operamos y dejamos únicamente la incógnita en el primer miembro de la ecuación.

$$3x = -6 \;\rightarrow\; x = \frac{-6}{3} \;\rightarrow\; x = -2$$

Ecuaciones de 1º grado con denominadores

Cuando en la ecuación nos encontramos con denominadores, debemos conseguir una ecuación equivalente a ella, que no los tenga. Por lo tanto, debemos seguir los siguientes pasos:

1. Se calcula el mínimo común múltiplo de todos los denominadores de la ecuación.
2. Se reduce a común denominador, es decir, cada término de la ecuación debe transformarse en una fracción equivalente, cuyo denominador es el mínimo común múltiplo calculado en el paso 1.
3. Se eliminan los denominadores, para ello basta con multiplicar en ambos miembros de la ecuación por el valor del mínimo común múltiplo.
4. Se resuelve la ecuación ya sin denominadores.

Ejemplo: resolvamos la ecuación $\frac{x}{4} = 2 + \frac{x}{2}$.

Paso 1. Calcular el mínimo común múltiplo de todos los denominadores. En este caso el mínimo común múltiplo entre 2 y 4 es 4.

Paso 2. Se reduce a común denominador.

$$\frac{x}{4} = \frac{8}{4} + \frac{2x}{4}$$

Paso 3. Eliminamos denominadores multiplicando en ambos miembros por 4.

$$x = 8 + 2x$$

Paso 4. Resolvemos la ecuación sin denominadores.

$$x - 2x = 8 + 2x - 2x \;\rightarrow\; x - 2x = 8 \;\rightarrow\; -x = 8 \;\rightarrow\; x = -8$$

APLICACIONES

Para traducir un problema al lenguaje algebraico y encontrar su solución, hay que leer con atención el enunciado del problema y seguir los siguientes pasos:

1. Distinguir cuál será la incógnita.
2. Expresar la relación descrita en el enunciado como ecuación.
3. Resolver esa ecuación.
4. Interpretar la solución obtenida en el contexto del enunciado
5. Comprobar que la solución verifica las condiciones establecidas en el enunciado.

Como complemento a la teoría anterior, es recomendable que se visualicen los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=UiB2H8Fhkfc

https://www.youtube.com/watch?v=CN4n6Tfc5WI