

RAZONAMIENTO 7° PERIODO 3**1. OBJETIVO:**

Interpretar y modelar situaciones cotidianas haciendo uso de los números racionales y sus propiedades.

2. INTRODUCCIONAL CONCEPTO DE RACIONAL

Se conoce como número racional (Q) a todo aquel número que está expresado o que se puede expresar como el cociente de dos números enteros (a/b) con b diferente de cero. Los decimales finitos y los porcentajes, por ejemplo, son números racionales ya que se pueden expresar como fracción o razón entre dos números enteros.

Dependiendo de las situaciones que se estén representando con los números, a veces es más cómodo o más usual representar una situación por medio de fracciones, otras por medio de decimales u otras por medio de porcentajes.

Ejemplos típicos de fracciones

- Me comí $1/5$ de la torta
- Compré un kilo y medio de papas
- Me demoré un cuarto de hora

Ejemplos típicos de decimales

- Recorrió 3.2 kilómetros
- Necesito un tornillo de 2.5 pulgadas
- EL largo de la casa es de 8.4 metros

Ejemplos típicos de porcentajes

- Colombia tuvo el 65% de la posesión de balón
- El presidente X, tiene una popularidad del 54%
- El IVA en Colombia es del 19%
-

3. Marco teórico (desarrollo)

Aunque cada situación tenga una forma usual de representarse, ya sea por facilidad o por costumbre, se pueden establecer relaciones o conversiones entre estas diferentes formas de representar un número. Incluso pueden haber situaciones donde se utilicen dos tipos de números diferentes y para poder interpretarlas conviene expresar todos los números en un solo tipo, ya sea en fracciones, en decimales o en porcentajes.

Conversiones entre fracciones y decimales

Para convertir de una fracción a decimal basta con dividir el numerador entre el denominador, mientras que para convertir de decimal a fracción se puede colocar el mismo número sin la coma dividido por una potencia de diez que tenga tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

Ejemplo

Hoy Elkin hizo dos horas de ejercicio, en la primera hora recorrió tres kilómetros y un cuarto y en la segunda 3,15 kilómetros. Determinar el total de kilómetros recorridos.

Solución convirtiendo todo a decimales

El total de kilómetros recorridos se puede expresar como

$$3km + \frac{1}{4}km + 3,15km$$

Como hay números enteros, fraccionarios y decimales, no se puede realizar la operación con estos diferentes tipos de números, se debe convertir todos los números a decimal o todo a fraccionarios. En este caso se convertirán todos a decimales.

Para convertir cualquier número entero a decimal, basta con poner coma al final del número y agregarle los ceros que se necesiten, en este caso dos ceros porque se van a trabajar con dos cifras decimales, que son las que tiene el número decimal.

$$3 \text{ Km.} = 3,00 \text{ Km.}$$

Para convertir de fracción a decimal se divide el numerador entre el denominador (1:2).

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,5 \end{array}$$

Ahora bien, como ya están todos los términos convertidos a decimal, sólo queda proceder a sumarlos.

$$\begin{aligned} 3km + \frac{1}{2}km + 3,15km \\ 3,00km + 0,5km + 3,15km \end{aligned}$$

Para sumar decimales, se coloca la coma alineada y se ubican los números que quedan antes y después de esta, tal como se muestra a continuación.

$$\begin{array}{r} 3,00 \\ +0,5 \\ \hline 3,15 \\ \hline 6,65 \end{array}$$

De donde se concluye que el total de kilómetros recorridos por Elkin es 6,65 km.

Solución convirtiendo todo a fracciones

Para convertir un número entero a fracción simplemente se le agrega un uno como denominador.

$$\text{Esto es } 3 = \frac{3}{1}$$

Para convertir de decimal a fracción, se coloca el número sin coma y se divide por una potencia de diez que tenga tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número, en este caso, como son dos cifras decimales se divide por 100, esto.

$$3,15 = \frac{315}{100}$$

Una vez se tienen todos los términos expresados en fracciones se procede a realizar las operaciones.

$$\frac{3}{1} + \frac{1}{2} + \frac{315}{100}$$

Un múltiplo al cual se pueda amplificar todos los denominadores es el mismo 100.

Amplificando cada denominador por un número que de 100 y multiplicando por este mismo número el numerador, para no alterar el inicial, se obtiene lo siguiente.

$$\frac{3 \times 100}{1 \times 100} + \frac{1 \times 50}{2 \times 50} + \frac{315 \times 1}{100 \times 1}$$

$$\begin{array}{r} \frac{300}{100} + \frac{50}{100} + \frac{315}{100} \\ \hline \frac{665}{100} \end{array}$$

Por lo que se deduce que en las dos horas recorrió un total de $\frac{665}{100}$ Km.

Conversiones entre fracciones y porcentajes

Para convertir de fracción a porcentaje se multiplica por 100%, para pasar de porcentaje a fracción se realiza el proceso contrario, esto es, se divide el número que acompaña al símbolo de porcentaje entre 100.

Ejemplo 1

El profesor de matemáticas colocó un taller para el final de periodo. El lunes hizo el 20% del taller, el martes $\frac{2}{5}$ del taller y el miércoles el resto, para poder entregarlo el día jueves. ¿Qué parte del taller se realizó el día jueves?

Solución expresando todo a fracción

Como se habla en una parte de porcentaje y en otra de fracción, es conveniente convertir todo a porcentaje o todo a fracción para poder realizar operaciones entre estos términos. En este caso se convertirá todo a fracción.

Para convertir la parte que realizó el lunes que fue el 20% del taller (20 por cada 100), se divide este 20 por 100, esto es

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Como el lunes hizo $\frac{1}{5}$ del taller y el martes hizo $\frac{2}{5}$, entre lunes y martes hizo

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Ahora bien, si alcanzó a hacer $\frac{3}{5}$ del taller, esto es, 3 partes de 5, las otras dos partes de las cinco ($\frac{2}{5}$), las realizó el día miércoles.

Grafica mente sería lo siguiente.



De donde se puede interpretar que el lunes realizó $\frac{1}{5}$ del taller, el martes $\frac{2}{5}$ y el miércoles los otros $\frac{2}{5}$ restantes.

Solución expresando todo a porcentaje

Teniendo en cuenta que el lunes hizo el 20% del taller y el martes $\frac{2}{5}$.

Como son números expresados de diferente forma, se convertirá en este caso el número fraccionario a porcentaje, para que todo quede en términos de

porcentaje y así poder realizar más fácil las operaciones.

Para convertir de fracción a porcentaje se multiplica dicha fracción por el 100%, esto es:

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times 100\% = \frac{200}{5}\% = 40\%$$

Obsérvese, que como el símbolo %, significa repartir algo en 100 partes o dividir por 100, al escribir 100%, implícitamente se está multiplicando por 100 y al mismo tiempo dividiendo por 100, esto es, simplemente se está amplificando una fracción para obtener otra equivalente.

Una vez convertido todo a porcentaje, como el lunes hizo el 20% del taller y el martes el 40%, entre lunes y martes lleva un 60% del taller.

En conclusión faltaría un 40% para terminar todo el taller, esto es para ajustar el 100%.

Ejemplo 2

En un grupo de estudiantes los $\frac{4}{5}$ de estos asistieron a clase ¿Qué porcentaje no asistió?

Solución.

Se podría hallar la respuesta en fracción y después pasar a porcentaje o primero pasar la fracción a porcentaje para trabajar todo en términos de porcentaje. Los caminos pueden ser diferentes pero la solución debe dar el mismo resultado.

Siguiendo la segunda manera mencionada, al convertir $\frac{4}{5}$ a porcentaje se obtendría lo siguiente.

$$\frac{4}{5} \times 100\% = \frac{400}{5}\% = 80\%$$

Como $\frac{4}{5}$ (80%) asistió a clase, el otro 20% que completa el 100% no asistió.

Conversión de fracción o decimal a porcentaje

Para convertir de fracción o decimal a porcentaje basta con multiplicar dicho número por el 100%.

Ejemplo: convertir $\frac{3}{4}$ a porcentaje

$$\frac{3}{4} \text{ de } 100\% = \frac{3 \times 100\%}{4} = \frac{300\%}{4} = 75\%$$

Nota de igual forma se procede para pasar de decimal a porcentaje, el decimal se multiplica por 100%, ya que un número decimal, es lo mismo que una fracción.

Ejemplo: convertir 0.75 a porcentaje

$$0.75 = 0.75 \times 100\% = 75\%$$

En sí, se podría decir que multiplicar un número cualquiera por el 100%, indica amplificar dicho número, ya que el número 100 estaría multiplicando pero el símbolo del porcentaje (%) indicaría dividir también por 100.

Conversión de porcentaje a fracción o a decimal

En sí el concepto de porcentaje es un caso específico de del concepto de fracción, es otra forma de expresar una fracción con denominador 100. El símbolo de porcentaje (%) significa dividir por 100, esto es, *basta cambiar el símbolo % por la división por 100, para convertir de porcentaje a fracción.*

Si en vez de querer expresar el porcentaje en fracción se quiere expresar en forma decimal, no se deja expresada la división por 100, sino que se realiza dicha división, o en su defecto, la división que resulte de la simplificación de la fracción en cuestión.

Ejemplo 1

Convertir 75% a fracción

Solución

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ejemplo 2

Doña Amparo vende artículos de AVON por revista. Le compré un tendido de cama que costaba 80.000 ya que sobre este precio me le hizo una rebaja del 20%. Le abone $\frac{2}{5}$ del valor del pedido y el resto se debe cancelar cuando reciba el producto. ¿Cuánto queda restando?

Solución.

Ya sea trabajando con porcentaje o con fracción es importante comprender que ambos tiene su parte complementaria, esto es, siempre que se va a hablar de una parte de algo se puede deducir el sobrante.

Como la rebaja de la compra de 80000 fue del 20%, el 20% de 80000, es lo mismo que $(\frac{20}{100})$ de 80000.

$$\frac{20}{100} \times 80000 = \frac{1600000}{100} = 16000$$

Haciendola rebaja de los 80000 queda que el costo real es de $(80000 - 16000)$ 64000

Como se le abonaron $\frac{2}{5}$ de esos 64000

$$\frac{2}{5} \times 64000 = \frac{128000}{5} = 25600$$

Por último, como de los 64000 que costaba el tendido, se abonaron 25600, queda restando

$$64000 - 25600 = 38400$$