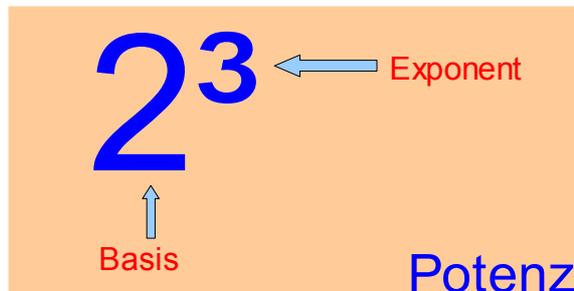


3 Potenzen

Aus der mehrfachen Multiplikation eines Faktors mit sich selbst, lässt sich die Potenzrechnung herleiten.

Beispiel: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$

2 wird dreimal mit sich selbst multipliziert, daher zwei „hoch“ drei.



Der Exponent gibt an, wie oft die Basis mit sich selbst multipliziert wird.

Allgemein gilt: $a \cdot a \cdot a \dots a = a^n$
n - mal

spricht: a hoch n

Basis und Exponent dürfen nicht vertauscht werden. Ausnahme: n^n

3.1 Vorzeichenregeln

Beispiele: $(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = +1$ aber: $-1^2 = -1$, weil $-(-1) \cdot (1) = -1$
 1^2

$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)^3 = -1$$

Potenziert man negative Zahlen, so ist das Ergebnis negativ, wenn der Exponent ungerade ist und positiv, wenn der Exponent gerade ist.

$$(-a)^{2n} = + a^{2n} \quad (-a)^{2n+1} = - a^{2n+1} \quad (-a)^{2n-1} = - a^{2n-1}$$

$2n$ ist immer eine gerade Zahl, $2n+1$ und $2n-1$ sind ungerade Zahlen.

3.2 Addition von Potenzen

Potenzen kann man nur addieren, wenn sie die gleiche Basis und den gleichen Exponenten besitzen. Dann addiert man deren Koeffizienten.

Beispiel: $3a^3 - 2a^3 = a^3$

3.3 Multiplikation von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert.

Beispiele: $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a^{3+2} = a^5$ $(-1)^3 \cdot (-1) = (-1)^4 = 1$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

3.4 Division von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert.

Beispiele: $a^5 : a^3 = \frac{a^5}{a^3} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = a^{5-3} = a^2$ $(-1)^3 : (-1) = (-1)^2 = 1$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Beachte: $a^3 : a^3 = a^0 = 1$ $a^2 : a^3 = a^{-1} = 1/a$

3.5 Potenzieren von Potenzen

Beispiel: $(a^3)^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a^6$

Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert und die Basis beibehält.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$