

Se desea estimar el valor de la v.a. X , mediante un estimador basado en los valores del vector $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)'$.

El estimador óptimo en el sentido mínimo cuadrático es

$$\hat{X}(Y_1, \dots, Y_n) = E[X | Y_1, \dots, Y_n],$$

que toma los valores

$$\hat{x}(y_1, \dots, y_n) = E[X | Y_1=y_1, \dots, Y_n=y_n]$$

y cuyo error cuadrático medio es

$$\begin{aligned} e &= E \left[(X - E[X | Y_1, \dots, Y_n])^2 \right] \\ &= \int_{\mathbb{R}^{n+1}} \dots \int (x - E[X | Y_1=y_1, \dots, Y_n=y_n])^2 f_{X, Y_1, \dots, Y_n}(x, y_1, \dots, y_n) dx dy_1 \dots dy_n \\ &= E[Var(X | Y_1, \dots, Y_n)] \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \dots \int Var(X | Y_1=y_1, \dots, Y_n=y_n) f_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1, \dots, y_n) dy_1 \dots dy_n \end{aligned}$$