Función Cuadrática

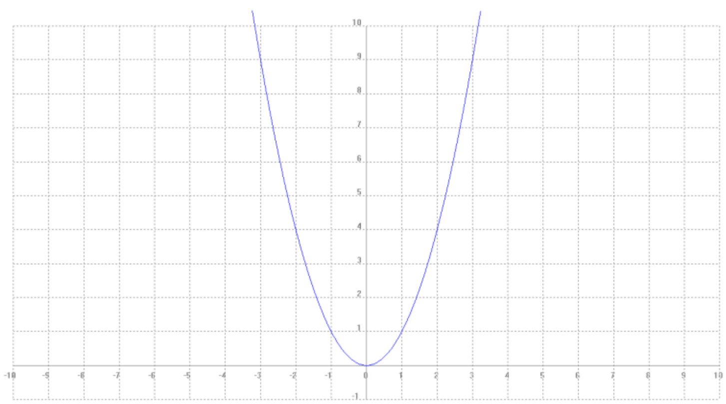
A la función polinómica de segundo grado $f(x) = ax^2$+bx+c, siendo a, b, c números reales y $a \neq 0$, se la denomina función cuadrática.

Los términos de la función reciben los siguientes nombres:

$$y = ax^2 + bx + c$$

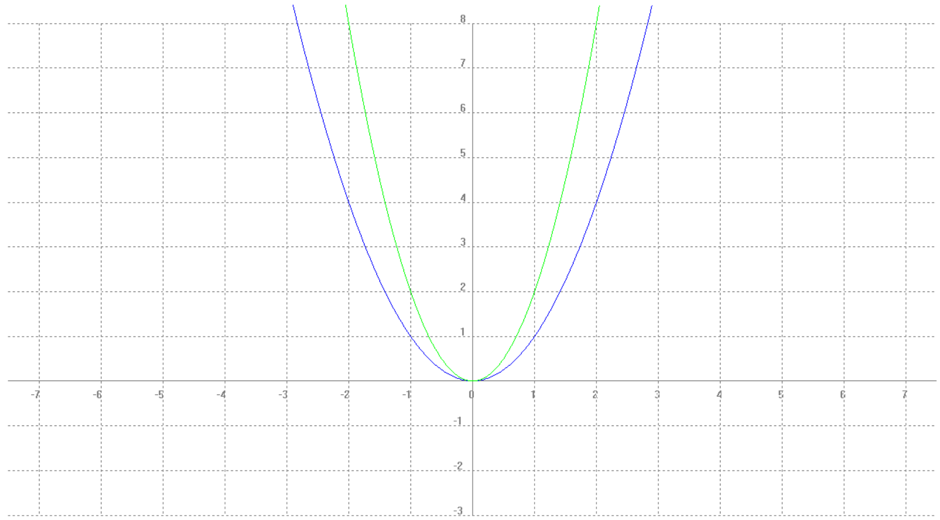
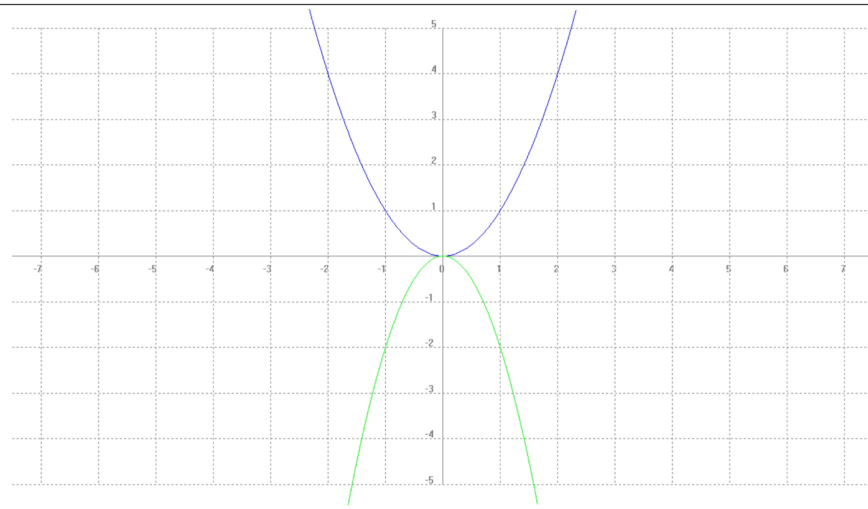
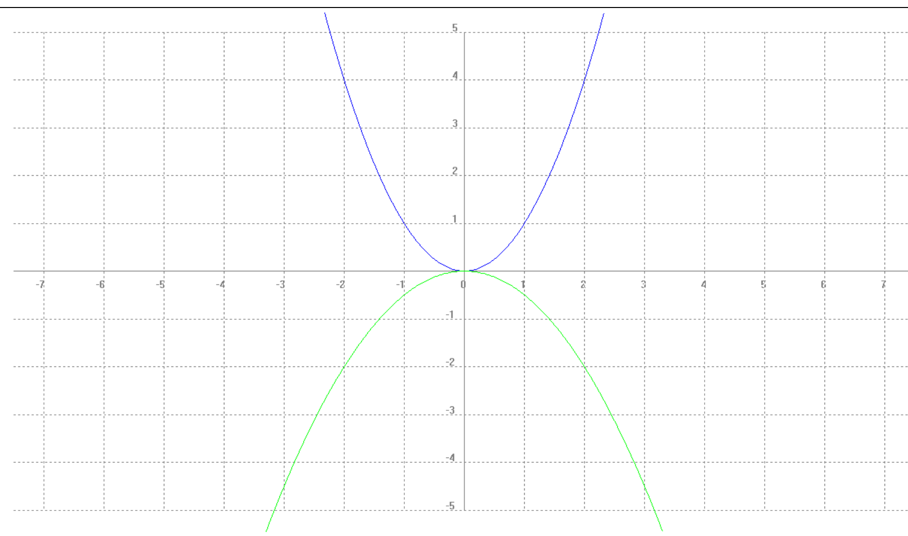
La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola.

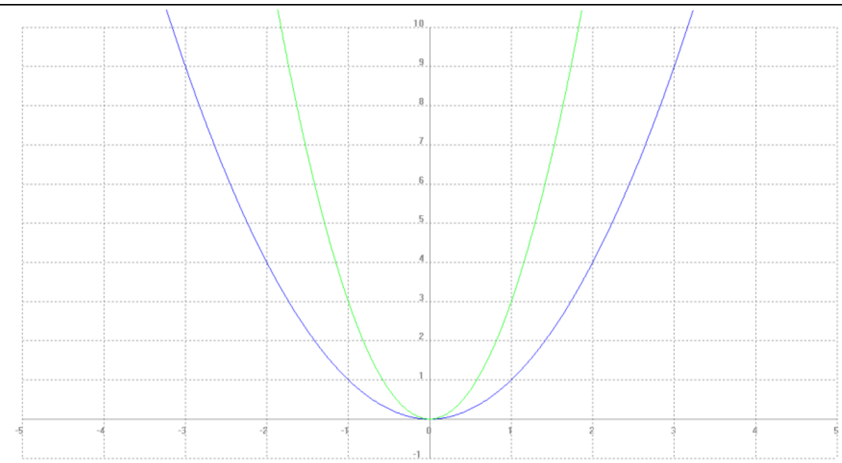
La gráfica de la función de fórmula $y = x^2$, es una parábola con vértice en el origen de coordenadas y con eje de simetría en el eje de ordenadas.



Consideremos la fórmula de forma $y = ax^2$, y veamos cómo se modifica la gráfica de la función cuadrática dependiendo del valor que toma el valor real a.

Considera en las gráficas que siguen que la gráfica de la función azul es la correspondiente a y = x2, y la gráfica de color verde representa aquella que tiene un valor a que varía y observa la gráfica en comparación con la gráfica básica de una función cuadrática.

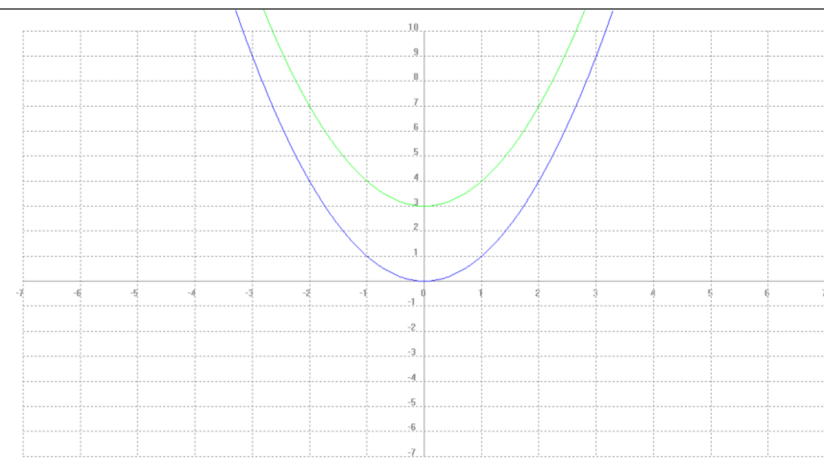
Si a es mayor que cero, la parábola se abre hacia arriba.	
Si a es menor que cero, la parábola se abre hacia abajo	
Si el valor absoluto de a está entre cero y uno, la parábola se abre hacia el eje X.	

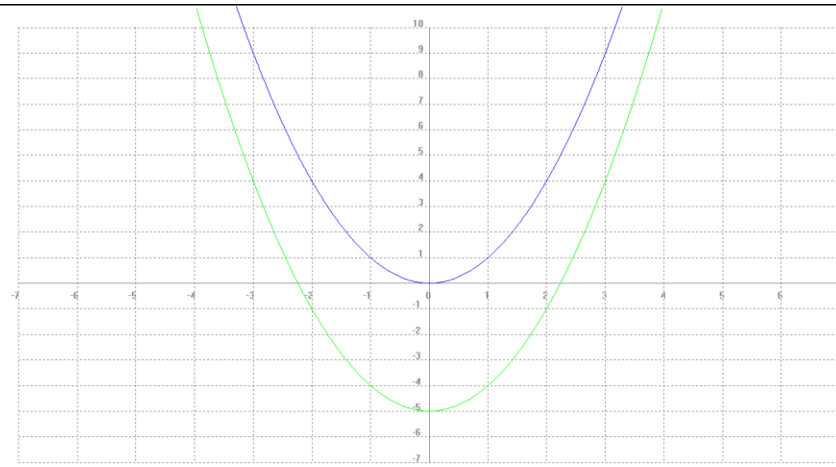
Si el valor absoluto de a es mayor que uno, la parábola de cierra sobre el eje Y.	

DESPLAZAMIENTO VERTICAL

Consideremos ahora una función cuadrática de fórmula $y = x^2 + c$, es decir que el coeficiente b es igual a cero por lo que el término lineal no se considera en este gráfico.

Este tipo de fórmula representa el movimiento de la parábola original sobre el eje Y.

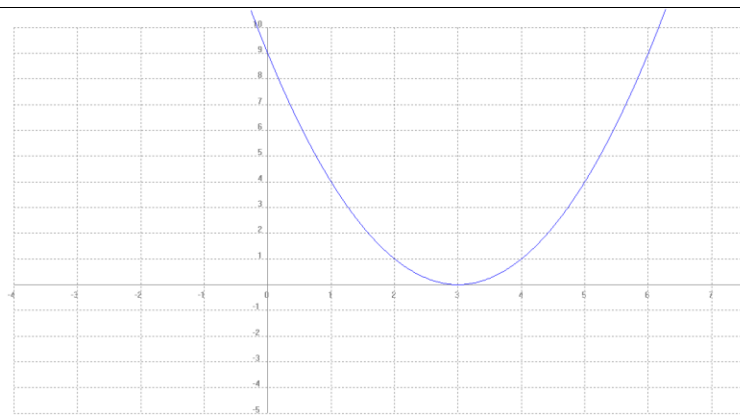
Si el valor c es mayor que uno, la parábola se desplaza hacia arriba conservando el eje de simetría.	

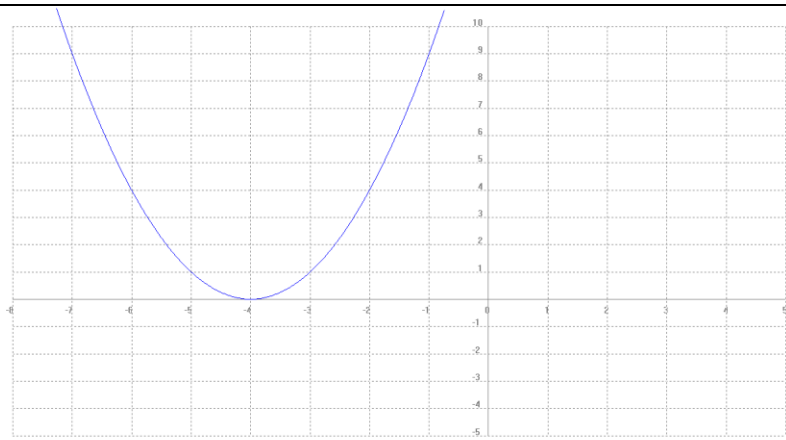
Si el valor c es menor que uno, la parábola se desplaza hacia abajo conservando el eje de simetría	

DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL

Consideremos ahora una función cuadrática de fórmula $y = (x - p)^2$.

Este tipo de fórmula representa el movimiento de la parábola original sobre el eje X.

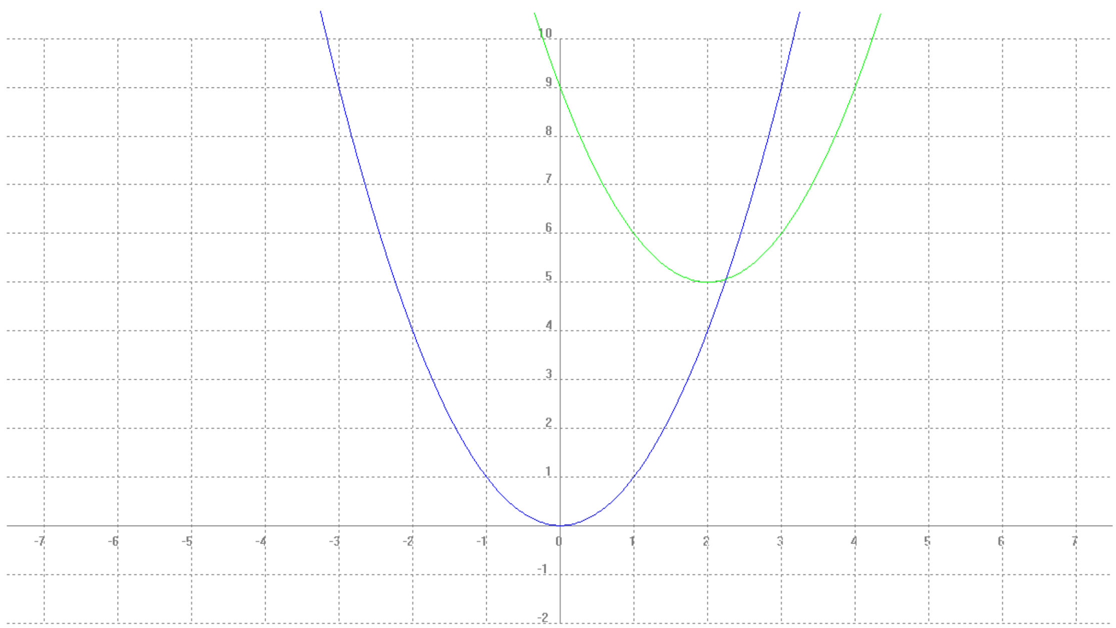
	**Si p es positivo, la fórmula resulta $y = (x - p)^2$; y la parábola se traslada p unidades sobre el eje X hacia la derecha.**

	**Si p es negativo, la fórmula resulta $y = (x + p)^2$; y la parábola se traslada p unidades sobre el eje X hacia la izquierda.**

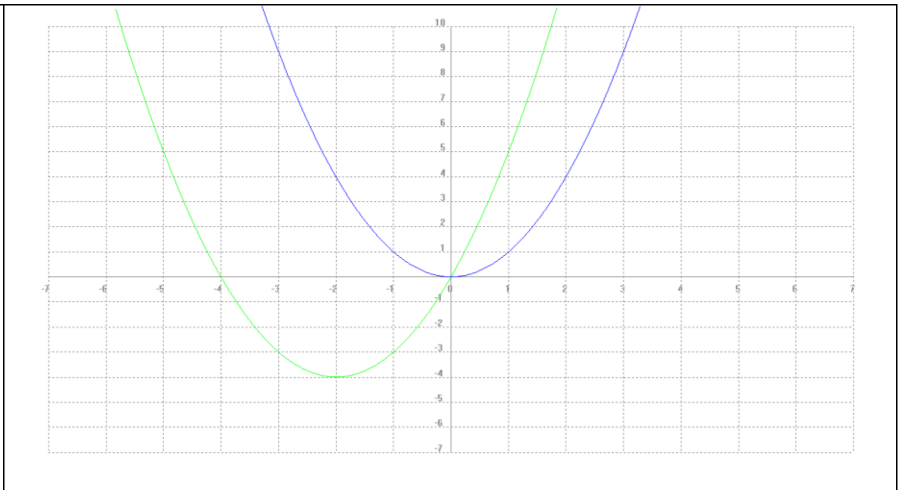
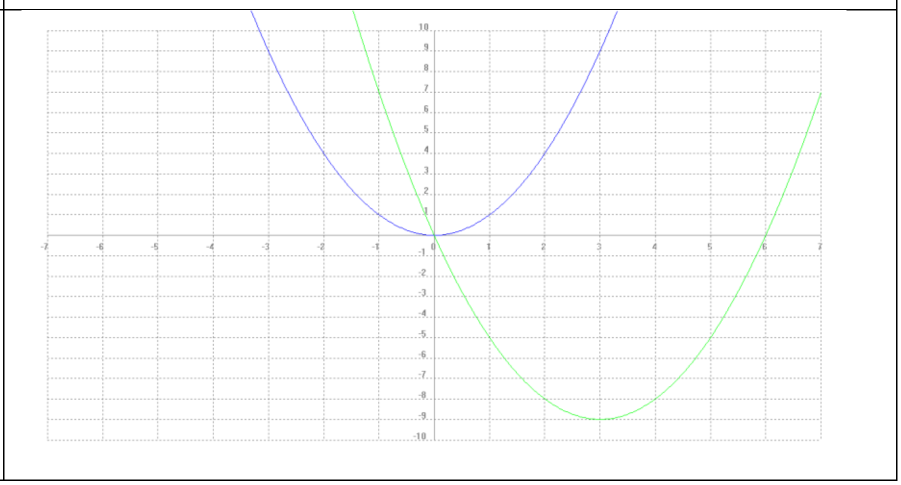
DESPLAZAMIENTO OBLICUO

Dada la fórmula planteada de la siguiente manera: $y = (x - p)^2 + k$; la parábola $y = x^2$; se traslada p unidades sobre eje X y k unidades hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de este último valor.

Por ejemplo: Si consideramos $j(x) = (x - 2)^2 + 5$, el vértice de la parábola original centrada se traslada 2 unidades hacia la derecha y cinco unidades hacia arriba.



Si tomamos la fórmula $y = ax^2 + bx$, donde tenemos término cuadrático y término lineal, podemos graficar desde la parábola original de la siguiente forma:

Si a y b tienen el mismo signo la gráfica se desplaza hacia la izquierda. En este ejemplo $f(x) = x^2$ $g(x) = x^2 + 4x$	
Si a y b tiene distinto signo, la gráfica se desplaza hacia la derecha. En la gráfica, $f(x) = x^2$ $g(x) = x^2 - 6x$	

Puntos principales de la parábola

Para realizar la gráfica de una función cuadrática hay que buscar las coordenadas de los puntos importantes: es decir las raíces, vértice, eje de simetría y ordenada al origen.

Las raíces de la parábola son los puntos de intersección de la gráfica y el eje X, es decir f(x)=0 y se calculan con la fórmula: $x_1,\ x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

El vértice de la parábola se puede calcular con cualquiera de las siguientes fórmulas:

$\boldsymbol{x_v = \frac{x_{1+x_2}}{2}}$ $\boldsymbol{y_v = f(x_v)}$	$\boldsymbol{x_v = \frac{-b}{2a}}$ $\boldsymbol{y_v = f(x_v)}$

El eje de simetría es la recta que tiene por ecuación $x = x_v$.

La ordenada al origen es el punto de intersección de la gráfica con el eje y, es decir que f(0)=c.

Posiciones relativas respecto del eje de las abscisas

Utilizando la fórmula para calcular las raíces de una parábola, consideramos al radicando $\boldsymbol{b^2 - 4ac}$ que llamaremos discriminante, ya que con su valor podemos discriminar la naturaleza de las raíces y los simbolizaremos con la letra griega Δ (delta).

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si Δ = 0 → Raíces reales iguales

Si Δ < 0 → Raíces no reales

Si Δ > 0 →Raíces reales distintas

Ecuación polinómica, canónica y factorizada

La fórmula de la función cuadrática puede ser expresada de las siguientes maneras: