3)CINEMÁTICA: Concepto del término.

El término *“CINEMÁTICA”* deriva de la raíz “kinema o kinesia” que significa movimiento. Es así que cuando decimos “CINE”, nos estamos refiriendo a la cinematofotografía, palabra compuesta que nos está diciendo que se trata de grabados (grafía) hechos con luz (foto) que además se ***mueven*** (cinemato). También se recurre a esta raíz para designar a una rama de la medicina: la kinesiología, que se ocupa del ***movimiento*** de las distintas partes del cuerpo humano. En forma análoga, la palabra “telekinesis” se refiere a una rama de la parapsicología que asegura poder efectuar ***movimientos*** de objetos a distancia sin tocarlos. También se suele llamar hiperkinéticos a los chicos muy ***movedizos***.

3-1)¿Qué es la cinemática?

La CINEMÁTICA es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que los provocan.

3-1.1)Conceptos generales acerca del movimiento:

Para darnos cuenta que algún objeto se está moviendo, necesitamos contar con otros objetos a los que consideramos quietos y que nos permiten advertir que el cuerpo en cuestión se mueve, porque se acerca o se aleja de aquellos a los que suponíamos en reposo. En la práctica esta función de servir de referencia para advertir el movimiento, es cumplida por los llamados sistemas de referencia.

Un sistema de referencia, es algo que nos permite determinar unívocamente la posición de puntos en el espacio. Cumplen con esta función los sistemas de coordenadas, de los que existen diversos tipos: 1) Sistema de coordenadas cartesianas ortogonales; 2) Sistema de coordenadas esféricas; 3) Sistema de coordenadas polares; etc.

Nosotros emplearemos los sistemas cartesianos. Estos consisten de tres rectas que se cortan perpendicularmente entre sí en el espacio tridimensional.

Así, la posición de un punto en el espacio queda unívocamente determinada por sus tres coordenadas (x ; y ; z).

En un plano (bidimensional) son dos rectas que se cortan perpendicularmente, y nos alcanza con dos coordenadas de posición (x ; y) para determinar el lugar donde se encuentra un punto.

En una dimensión, es una recta con un punto de referencia marcado sobre ella, y se requiere de un solo dato para ubicar la posición de un punto (x). (Ver fig. Nº1 y Nº1-bis).

COORDENADAS CARTESIANAS DE UN PUNTO (P) EN UNA RECTA (UNIDIMENSIONAL).

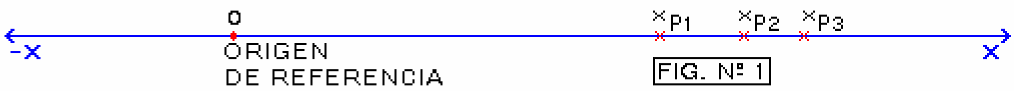


FIG. Nº 1

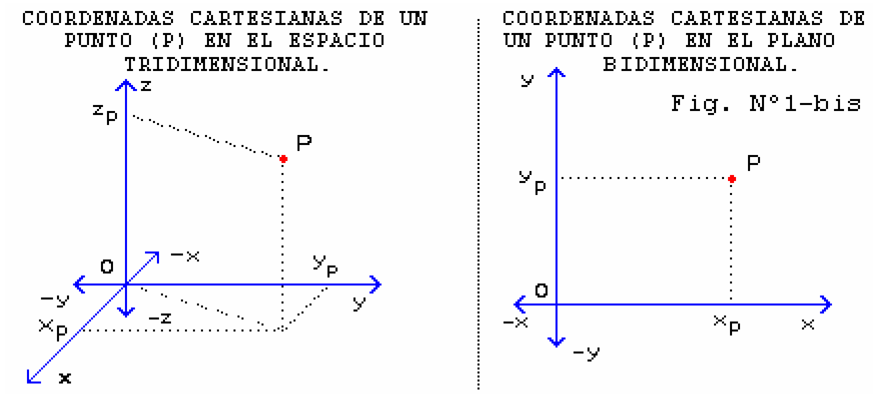


Fig. N°1-bis

Una vez determinada la posición, por medio de las coordenadas, decimos que: *UN PUNTO SE MUEVE CUANDO SUS COORDENADAS DE POSICIÓN CAMBIAN CON EL TRANSCURSO DEL TIEMPO.*

Ejemplo: En el espacio tridimensional (nuestra habitación), ubicamos la posición de la lámpara que cuelga del techo a través de su distancia a las paredes y al piso. Así decimos que la lámpara, se halla a 1 m de una pared, a 3 m de la otra pared y a 2 m del piso. Estas distancias son las coordenadas de posición y las intersecciones de dos de las paredes entre sí y con el piso constituyen los ejes de coordenadas (x, y, z). Si de pronto observamos que la lámpara oscila porque entra viento en la habitación, detectamos el movimiento porque cambian constantemente las distancias a las paredes y al piso, o sea cambian las coordenadas de posición.

Es importante que incorporemos la necesidad de los sistemas de referencia para ubicar la posición de un punto o conjunto de puntos.

Alguna vez les debe haber ocurrido, que mientras están tomando sol en la playa, acostados sobre la arena, observan algunas nubes sobre el firmamento inmenso. La infinitud hace que perdamos toda referencia para ubicar la posición de esas nubes y así no darnos cuenta que las mismas se mueven. Sin embargo, al dirigir nuestra mirada hacia un punto opuesto al mar, donde se levantan algunas edificaciones, inmediatamente advertimos el movimiento de esas nubes, al ver que se acercan o se alejan de los edificios.

En el espacio tridimensional, el piloto de un avión informa a la torre de control su posición en el aire, mediante tres coordenadas, que en este caso son: latitud (norte o sur), longitud (este u oeste) y altura (sistema de coordenadas esféricas).

En el plano (dos dimensiones) ubicamos la posición de un punto por medio de dos coordenadas. Así cuando un barco comunica su posición a tierra, informa dos coordenadas: latitud y longitud.

En el cine o teatro, las entradas numeradas, traen dos datos: fila y asiento, que ofician de coordenadas.

De manera análoga al caso anterior, ubicamos la posición de una calle en el plano de la ciudad por medio de dos coordenadas.

Al buscar las referencias del plano advertimos que el mismo se halla dividido en cuadrículas las que se designan por números y letras (como cuando juegan a la batalla naval) y la calle buscada se halla dentro de la que se indica como F-14, por ejemplo.

En una dimensión ubicamos la posición de un punto con una sola coordenada. Es el caso que se nos presenta cuando queremos indicar al auxilio mecánico el lugar donde se halla el vehículo que ha sufrido un desperfecto. Sólo indicamos en que kilómetro de la ruta se encuentra el auto. Por ejemplo decimos que está en el Km. 118 de la ruta dos.

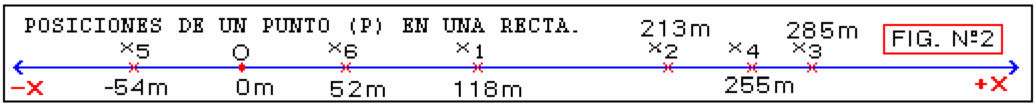
<u>3-2)Cinemática del punto:</u> Movimientos unidimensionales.

Hablamos de *CINEMÁTICA DEL PUNTO* cuando estudiamos el movimiento de uno o más puntos y decimos unidimensionales cuando dichos puntos se mueven en una sola dimensión (por ej.: rectilíneos).

<u>3-2.1)Movimientos rectilíneos:</u>

Son aquellos en que la trayectoria es una línea recta. La **<u>posición</u>** del punto móvil queda determinada por una sola coordenada. Llamamos “x” a la recta donde se halla dicho punto móvil (x, es un nombre genérico, por no decir ruta tres, o Av. Rivadavia o ruta Panamericana, etc.). Su posición será en distintos instantes, sucesivamente, x_1, x_2, x_3, ... ,x_n. El subíndice representa una secuencia temporal, es decir que la posición x_1 fue ocupada por el punto móvil antes que la x_2 mientras que x_3 la ocupó con posterioridad a la x_2.

La fig. Nº 2 muestra como ejemplo, las distintas posiciones en las que se ha detectado a un punto “**P**” en sucesivos instantes.



<u>DESPLAZAMIENTO</u>: Se denomina desplazamiento a la diferencia entre dos posiciones ocupadas por el punto móvil. El desplazamiento, nos da una información más amplia que la mera distancia que existe entre esas dos posiciones. Nos dice además, en que sentido se ha movido el punto. Se simboliza con Δx (se lee “delta equis”) y se emplea un doble subíndice para indicar entre que posiciones se ha desplazado dicho punto.

Por ej.: $\Delta x_{1,2} = x_2 - x_1 = 213\text{ m} - 118\text{ m} = 95\text{ m}$ expresa el desplazamiento del punto entre la posición x_1 y la posición x_2.

Calculen ahora los siguientes desplazamientos:

$\Delta x_{2,3}$; $\Delta x_{3,4}$; $\Delta x_{4,5}$; $\Delta x_{5,6}$; $\Delta x_{1,4}$; $\Delta x_{1,5}$; $\Delta x_{1,6}$; $\Delta x_{2,5}$; $\Delta x_{2,6}$; $\Delta x_{3,5}$; $\Delta x_{3,6}$; $\Delta x_{4,6}$.

<u>INSTANTES Y LAPSOS</u>: Designamos con la letra “t” y un subíndice a cada uno de los instantes correspondientes a las posiciones ocupadas por el móvil.

Por ejemplo t_1 designa al instante en que el punto pasó por x_1 (se emplea el mismo subíndice que en cada posición). Supongamos los siguientes valores para los instantes correspondientes a las posiciones anteriores:

$t_1 = 4$ seg; $t_2 = 9$ seg; $t_3 = 14$ seg; $t_4 = 20$ seg; $t_5 = 30$ seg; $t_6 = 37$ seg.

Definimos como "**LAPSO**" al tiempo transcurrido entre dos instantes cualesquiera. Se simbolizan con Δt (se lee "delta te") y también aquí se emplea un doble subíndice para indicar entre que instantes se calcula.

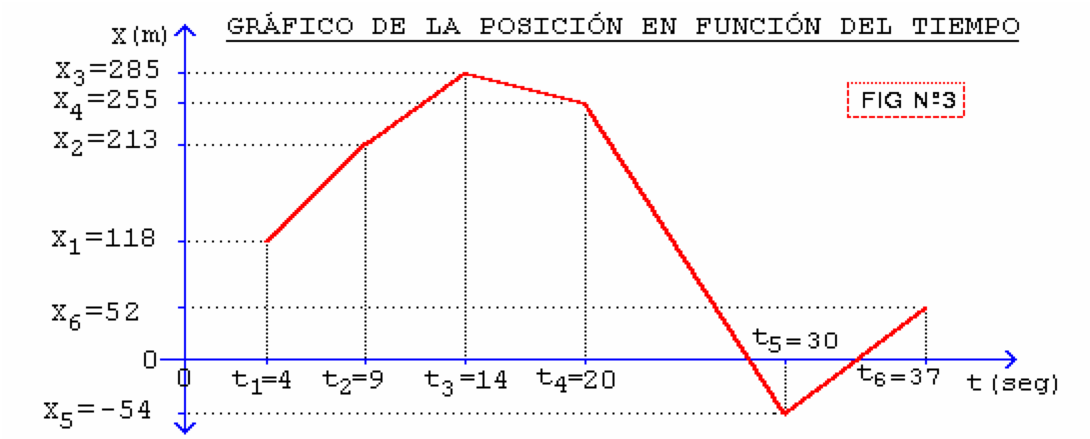
Por ej.: $\Delta t_{1,2} = t_2 - t_1 = 9$ seg -4 seg $= 5$ seg.

Calculen ahora los siguientes lapsos:

$\Delta t_{2,3}$; $\Delta t_{3,4}$; $\Delta t_{4,5}$; $\Delta t_{5,6}$; $\Delta t_{1,3}$; $\Delta t_{1,4}$; $\Delta t_{1,5}$; $\Delta t_{1,6}$; $\Delta t_{2,4}$; $\Delta t_{2,5}$; $\Delta t_{2,6}$; $\Delta t_{3,5}$; $\Delta t_{3,6}$.

VELOCIDAD MEDIA: Se define como el cociente entre el desplazamiento realizado por el móvil dividido por el lapso correspondiente. Se simboliza con $v_{m_{1,2}}$ y se calcula como sigue:

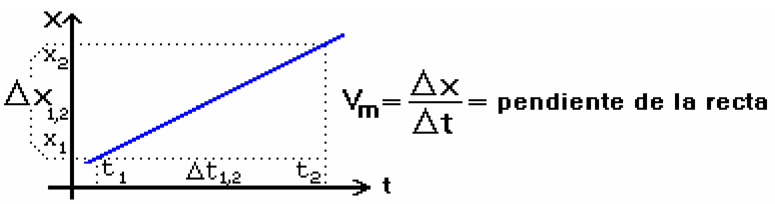
$$V_{m_{1,2}} = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{95\,m}{5\,seg} = 19\,\frac{m}{seg}$$



Esta gráfica corresponde al ejemplo que hemos estado utilizando para las posiciones y los instantes dados antes.

La velocidad es una magnitud **vectorial**, pero como en los movimientos rectilíneos, todos los vectores (posición y velocidad) son colineales, su empleo parece ser escalar, al estar estos vectores representados por un número (módulo) y el signo que indica el sentido.

"Geométricamente, la velocidad media, es la pendiente de la recta que pasa por los dos pares (t;x) considerados en cada caso"



Como ejercicio calculen las restantes velocidades medias y tracen en el gráfico anterior las rectas que las representan:

$v_{m_{1,3}}$; $v_{m_{1,4}}$; $v_{m_{1,5}}$; $v_{m_{2,3}}$; $v_{m_{2,4}}$; $v_{m_{2,5}}$; $v_{m_{2,6}}$; $v_{m_{3,4}}$; $v_{m_{3,5}}$; $v_{m_{3,6}}$; $v_{m_{4,5}}$; $v_{m_{4,6}}$; $v_{m_{5,6}}$.

UNIDADES DE VELOCIDAD

La velocidad, en estos ejemplos, la hemos expresado en $\frac{m}{seg}$ (se lee metros por segundo). Sin embargo nos resulta más familiar por el uso cotidiano, la expresión $\frac{km}{h}$ (se lee kilómetros por hora) para expresar la unidad de la velocidad, ya que esta forma es ampliamente usada para indicar la velocidad máxima en rutas y es la que emplean los fabricantes de automóviles en sus instrumentos de tablero. Cuando decimos "kilómetros por hora" no significa que se esté multiplicando la unidad de longitud (km) por la unidad de tiempo (h), sino que por el contrario se está queriendo decir que a esa velocidad (de mantenerse) se recorrerán "tantos" kilómetros por cada hora transcurrida.

CONVERSIÓN DE UNIDADES DE VELOCIDAD:

*Pasaje de $\frac{km}{h}$ a $\frac{m}{seg}$:

Sea por ejemplo convertir $90\frac{km}{h}$ a $\frac{m}{seg}$

90 km = 90.000 m y 1 h = 3600 seg ,luego será:

$$90\frac{km}{h} = \frac{90000\ m}{3600\ seg} = 25\frac{m}{seg}$$

*Pasaje de $\frac{m}{seg}$ a $\frac{km}{h}$

Sea por ejemplo convertir $15\frac{m}{seg}$ a $\frac{km}{h}$

15 m = 0,015 km y 1 seg = $\frac{1}{3600}$ h , luego será:

$$15\frac{m}{seg} = \frac{0{,}015\ km}{\frac{1}{3600}\ h} = 54\frac{km}{h}$$

En forma práctica se multiplica o divide por 3,6 según se pase de $\frac{m}{seg}$ a $\frac{km}{h}$ o viceversa.

*PROBLEMA APLICANDO DESPLAZAMIENTOS Y VELOCIDADES MEDIAS:

Un auto recorre 100 km a $60\frac{km}{h}$, luego descansa 40 min y completa su viaje a $90\frac{km}{h}$ en 80 min. Hallar la distancia total recorrida, la duración del viaje completo y la velocidad media empleada. Representar gráficamente la situación descripta (posición y velocidad en función del tiempo).

DESARROLLO: a)Cálculo de la distancia total recorrida: Sólo debemos hallar la longitud del viaje de la etapa posterior al descanso (d_2), ya que sabemos lo que recorrió en la primera (designamos d_1 a esta distancia):

$$d_2 = 90\frac{km}{h}.80\ min = 90\frac{km}{h}.\frac{80}{60}\ h = 120\ km$$

Luego el recorrido total es $d_1 + d_2$ = 100 km + 120 km = 220 km

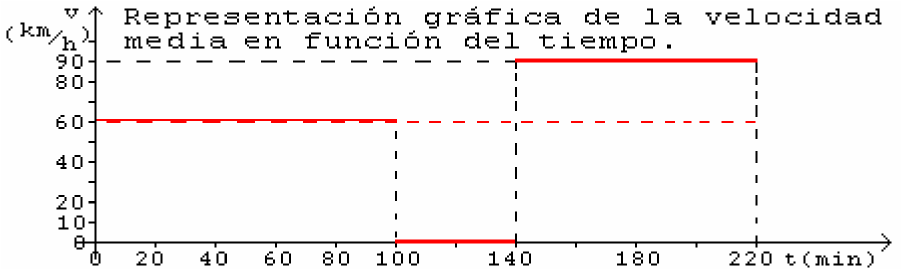
b)Cálculo del tiempo total del viaje: Sólo debemos hallar el tiempo del viaje de la etapa anterior al descanso (t_1), ya que sabemos cuanto tardó después (designamos t_2 a este último tiempo):

$$t_1 = \frac{100\ km}{60\ \frac{km}{h}} = \frac{5}{3}\ h = 100\ min$$

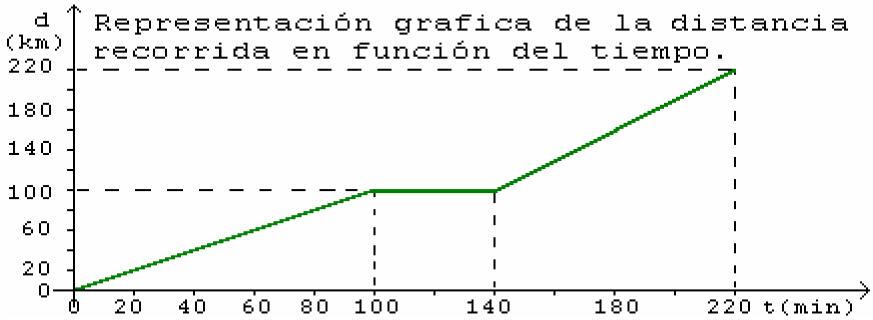
$t_{total} = t_1 + t_{descanso} + t_2 = 100$ min +40 min +80 min = 220 min.

c)Cálculo de la velocidad media: La forma correcta de hacerlo es mediante el cociente entre la distancia total recorrida y el tiempo total del viaje:

$$v_m = \frac{220\ km}{220\ min} = 1\frac{km}{min} = 60\frac{km}{h}$$



La línea de trazos roja, representa la velocidad media del viaje completo.



Utilizar una regla para verificar que la pendiente de la recta (entre 0 y 220 min) coincide con la de la primera etapa ($60\frac{km}{h}$).

3-2.2)Movimiento rectilíneo y uniforme (M.R.U.):

3-2.2.a)Características del movimiento.

a)La velocidad de un móvil animado con M.R.U. es constante.

b)La posición que ocupa dicho móvil sobre la recta donde se mueve, es una función lineal del tiempo.

Estas dos características son interdependientes, y al verificarse una, también se verifica la otra y viceversa.

3-2.2.b)VELOCIDAD EN EL M.R.U.

Se calcula de manera análoga a la velocidad media, pero al ser constante, se pueden tomar datos en cualquier par de posiciones sobre la trayectoria descripta por el móvil.

$$\boxed{v = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = constante}$$

3-2.2.c)ECUACIÓN HORARIA DEL M.R.U.

Esta ecuación es la que nos da la posición ocupada por el móvil en función del tiempo.

Es la función lineal de la que hablábamos en las características del movimiento. Se la llama horaria porque permite describir al movimiento según un horario. Se deduce a partir de la fórmula que nos permite calcular la velocidad, con tal de despejar x_2 de dicha fórmula, quedando "x" como variable dependiente en función de "t" (variable independiente).

Se trata de un simple ejercicio algebraico. Hagámoslo por pasos:

i)Pasamos multiplicando $(t_2 - t_1)$

$$x_2 - x_1 = v.(t_2 - t_1)$$

ii)Pasamos sumando a x_1

$$x_2 = x_1 + v.(t_2 - t_1)$$

iii)Finalmente para que adquiera la forma de una función del tiempo, y no quede particularizada en dos posiciones cualesquiera, se expresa así:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v\,(t - t_o)}$$

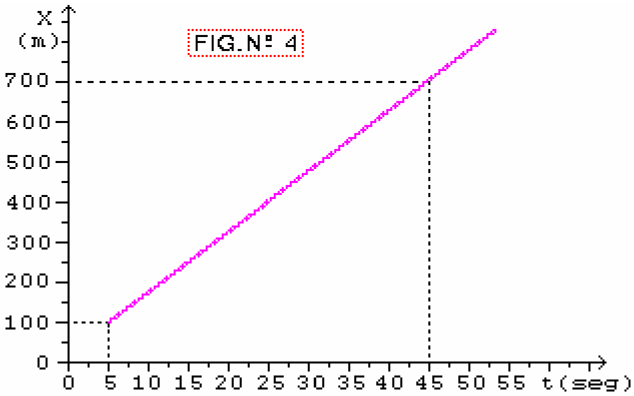
Lo cual se lee: "La posición (x) que ocupa un móvil que se desplaza con M.R.U. en el instante "t" es igual a la posición que ocupaba en el instante inicial t_o (posición x_o) más la velocidad (v) multiplicada por el lapso transcurrido entre t y t_o". O sea a su posición inicial se le suma el desplazamiento.

EJEMPLO DE ECUACIÓN HORARIA:

$$x_{(t)} = 100\ m + 15\frac{m}{seg}(t - 5\ seg)$$

La cual expresa que un móvil que se desplaza a una velocidad constante de $15\frac{m}{seg}$, en el instante t_o = 5 seg pasó por la posición x = 100 m. Veamos la representación gráfica de esta función: (fig. Nº4)

3-2.2.d)REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

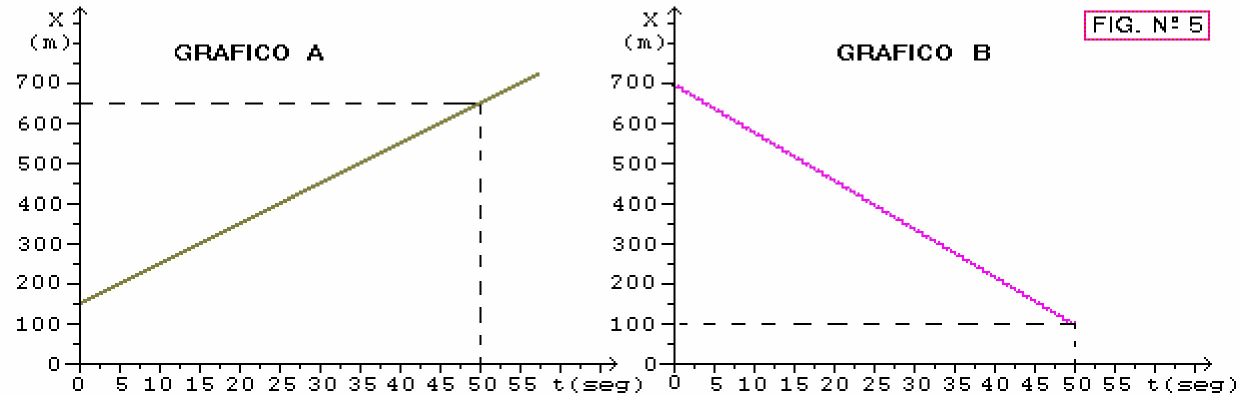


En esta gráfica la recta que representa a la función lineal "comienza" en el punto donde x = 100 m y t = 5 seg porque la función no nos da información acerca de lo ocurrido antes del instante 5 seg. Sabemos que la ley de movimiento sigue dicha función (M.R.U.) a partir de los 5 seg.

Cuando empleamos un cronógrafo para efectuar las mediciones de los tiempos, podemos hacer que t_o sea cero, quedando la ecuación horaria expresada así:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v\,.\,t}$$

*EJEMPLOS DE ECUACIONES HORARIAS OBTENIDAS A PARTIR DE LA INFORMACIÓN RECOGIDA DE GRÁFICOS .(VER FIGS.Nº5 Y Nº6)



Del gráfico A sabemos que en t = 0 seg, un móvil pasó por la posición x = 150 m y que en t = 50 seg, su posición es 650 m, con lo que resulta:

Δx = 650 m - 150 m = 500 m y Δt = 50 seg, luego la velocidad será:

$V = \dfrac{500\ m}{50\ seg} = 10\frac{m}{seg}$ y la respectiva ecuación horaria es:

$$x_{(t)} = 150\ m + 10\frac{m}{seg}\ t$$

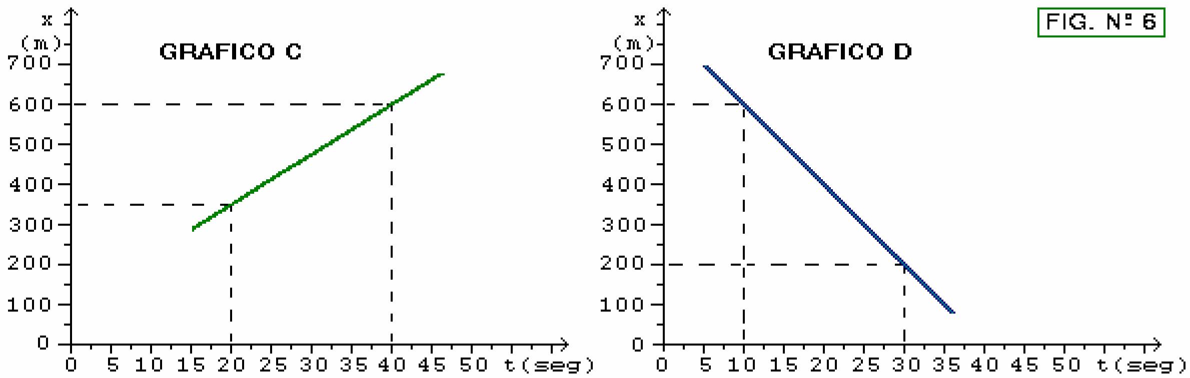
Para el gráfico B, vemos que en t = 0 seg, la posición es 700 m y en el instante t = 50 seg, su posición es 100 m, resultando una recta de pendiente negativa, lo cual hará que la velocidad también sea negativa. En este caso:

Δx = 100 m -700 m = -600 m ; y Δt = 50 seg, luego la velocidad será:

$V = \dfrac{-600\ m}{50\ seg} = -12\frac{m}{seg}$ y la respectiva ecuación horaria es:

$x_{(t)} = 700\ m - 12\frac{m}{seg}\ t$

En los dos próximos casos, no tenemos información acerca de la posición que ocupa el móvil en t = 0, por ello debemos usar la ecuación horaria en su forma general, o sea aquella para la cual $t_o \neq 0$.



$x_{(t)} = x_o + v.(t-t_o)$ reemplazando en esta ecuación los valores obtenidos de los gráficos, queda: PARA EL GRAFICO "C"

a)Calculamos la velocidad como si fuese una velocidad media:

$$v = \frac{600\ m - 350\ m}{40\ seg - 20\ seg} = \frac{250\ m}{20\ seg} = 12{,}5\ \frac{m}{seg}$$

b)Ahora aplicamos la ecuación horaria:

$$x_{(t)} = 350\ m + 12{,}5\frac{m}{seg}\ (t - 20\ seg)$$

Distribuyendo y agrupando, logramos expresarla de una manera más reducida (como si tuviéramos $t_o = 0$).

$$x_{(t)} = 350\ m + 12{,}5\frac{m}{seg}.t - 250\ m = 100\ m + 12{,}5\frac{m}{seg}.t$$

$$x_{(t)} = 100\ m + 12{,}5\frac{m}{seg}.t$$

PARA EL GRÁFICO "D"

a)Cálculo de la velocidad

$$v = \frac{200\ m - 600\ m}{30\ seg - 10\ seg} = \frac{-400\ m}{20\ seg} = -20\ \frac{m}{seg}$$

b)Aplicación de la ecuación horaria:

$$x_{(t)} = 600\ m - 20\frac{m}{seg}\ (t - 10\ seg)$$

Distribuyendo y agrupando:

$$x_{(t)} = 600\ m - 20\frac{m}{seg}.t + 200\ m$$

$$x_{(t)} = 800\ m - 20\frac{m}{seg}.t$$

3-2.2.e)REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA VELOCIDAD EN FUNCIÓN DEL TIEMPO.

En el M.R.U., la velocidad al ser constante, arroja una gráfica con una recta paralela al eje de los tiempos, ya que para todo instante la velocidad tiene el mismo valor, o sea que no se modifica.

Veamos la gráfica de la velocidad para los cuatro ejemplos utilizados en la aplicación de la ecuación horaria. (Fig.Nº7-a y 7-b).

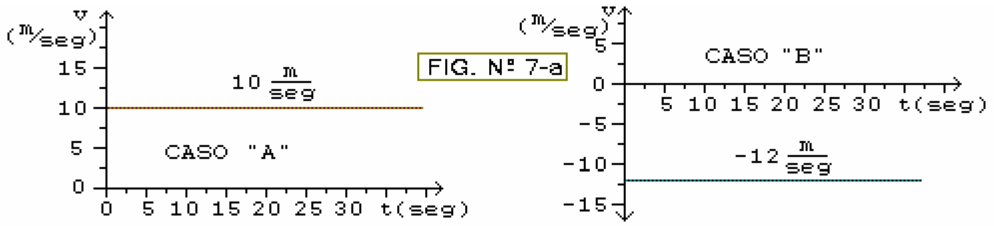


FIG. Nº 7-a

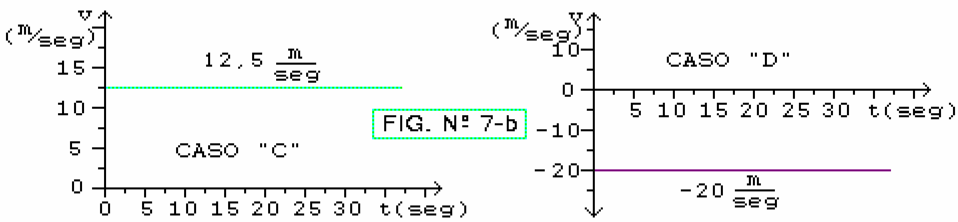


FIG. Nº 7-b

Si calculamos el área del rectángulo encerrado entre la gráfica de la velocidad, los ejes y un instante cualquiera, veremos que nos da el desplazamiento en ese lapso. En efecto:

$$\boxed{\text{ÁREA RECTÁNGULO} = \text{ALTURA.BASE} = v.\Delta t = \Delta x}$$

*EJEMPLO DE PROBLEMA QUE PUEDE RESOLVERSE COMO M.R.U.

Un auto pasa por el km 100 de su ruta a las 15 h 50 min y por el km 310 de la misma ruta a las 18 h 10 min. Suponiendo que se mueve con M.R.U., calcular: a)la velocidad; b)por donde pasó a las 17 hs; c)en que instante pasó por el km 175; d)Efectuar la representación gráfica de la posición en función del tiempo [$x_{(t)}$] y de la velocidad en función del tiempo [$v_{(t)}$].

a)Cálculo de la velocidad:

$$v = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{310\ km - 100\ km}{18\ h\ 10\ min - 15\ h\ 50\ min} = \frac{210\ km}{2\ h\ 20\ min} = 90\frac{km}{h}$$

b)Con los datos suministrados planteamos la ecuación horaria:

$$x_{(t)} = x_o + v.(t-t_o) = 100\ km + 90\frac{km}{h}\ (t - 15h\ 50min)$$

Ahora para t = 17 h, calculamos $x_{(t=17h)}$

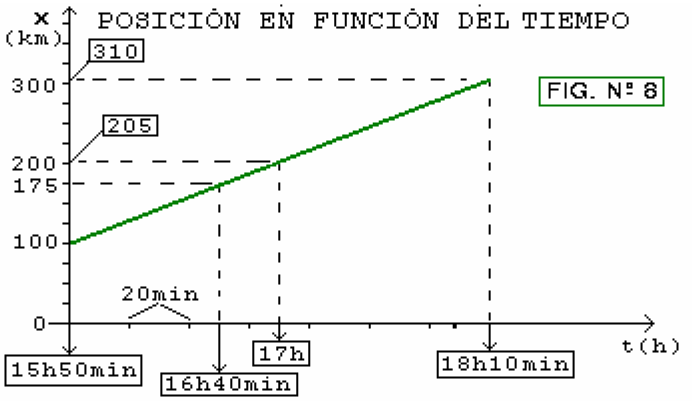
$$x_{(t=17h)} = 100\ km + 90\frac{km}{h}\ (17\ h - 15h\ 50min) = 100\ km + 105\ km = 205\ km$$

c)Ahora despejamos el tiempo cuando $x_{(t)}$ = 175 km

$$175\ km = 100\ km + 90\frac{km}{h}\ (t - 15h\ 50min) \Rightarrow 75\ km = 90\frac{km}{h}\ (t - 15h\ 50min)$$

$$t - 15h\ 50min = \frac{75}{90}\ h \Rightarrow t = 50\ min + 15h\ 50min = 16h\ 40min$$

d)GRAFICOS



3-2.3)Intersección de movimientos rectilíneos y uniformes

Se denomina así a la situación que se presenta cuando dos móviles que se desplazan con M.R.U., en la misma dirección (puede ser con igual sentido o con sentido contrario), y estando separados una cierta distancia, puedan llegar a encontrarse pasado un cierto lapso.

En general se conoce esa distancia y las velocidades de cada uno de ellos y se pretende calcular el lugar y el instante en que se encontrarán.

Presentamos el tema directamente con un ejemplo:

Dos autos (A y B) se mueven sobre la misma ruta, con igual sentido, estando uno 10 km delante del otro.

El que va adelante (A), lleva una velocidad de $60\frac{km}{h}$ mientras que (B) viaja a $90\frac{km}{h}$. Se desea saber cuanto tardará (B) en alcanzar a (A) y dónde lo alcanzará.

*Este caso se denomina “DE PARTIDA SIMULTÁNEA” porque ambos móviles están en movimiento en el instante inicial.

Planteamos la ecuación horaria para cada móvil:

Para el móvil A: $x_A = 10\ km + 60\frac{km}{h}\ t_A$

Para el móvil B: $x_B = 90\frac{km}{h}\ t_B$

Las condiciones del encuentro son que, -en ese instante- las posiciones de cada uno serán coincidentes y el tiempo transcurrido para uno es el mismo que para el otro. De acuerdo con esto, se dará en ese instante que $t_A = t_B = t_\varepsilon$ (t_ε es el instante del encuentro) y en ese lugar $x_A = x_B = x_\varepsilon$ (x_ε es la posición del encuentro), con lo que las ecuaciones planteadas antes se transforman en el sistema siguiente:

Para el móvil A: $x_\varepsilon = 10\ km + 60\frac{km}{h}\ t_\varepsilon$

Para el móvil B: $x_\varepsilon = 90\frac{km}{h}\ t_\varepsilon$

Las cuales podemos resolver por igualación:

$10\ km + 60\frac{km}{h}\ t_\varepsilon = 90\frac{km}{h}\ t_\varepsilon$

$90\frac{km}{h}\ t_\varepsilon - 60\frac{km}{h}\ t_\varepsilon = 10\ km$

$30\frac{km}{h}\ t_\varepsilon = 10\ km \Rightarrow t_\varepsilon = (1/3)\ h = 20\ min$

A los 20 min el móvil B alcanzará al móvil A

Reemplazando este tiempo en la ecuación de B calculamos lo que recorre hasta alcanzarlo:

$x_B = 90\frac{km}{h}\ t_B = 90\frac{km}{h}\ (1/3)\ h = 30\ km$

Para una mejor comprensión de este problema hacemos la gráfica de la posición y de la velocidad para cada móvil.(Ver fig. Nº10)

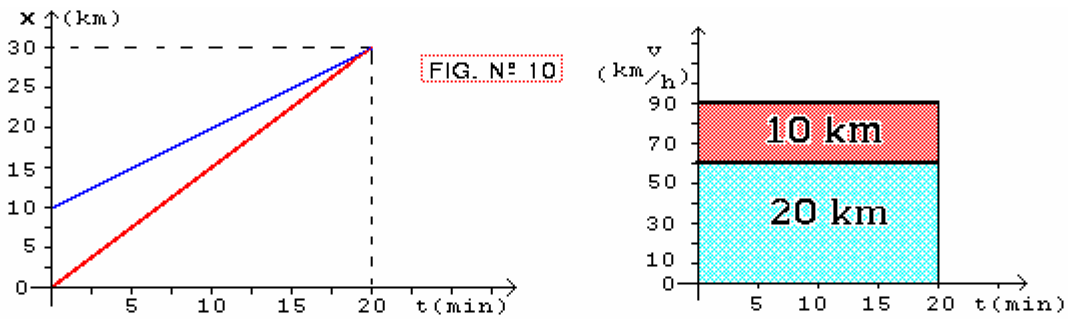


FIG. Nº 10

El área bajo la gráfica de la velocidad nos permite calcular el desplazamiento

Indica el desplazamiento del móvil que iba a 60 km/h.

Representa la diferencia de desplazamiento del más veloz.

O sea que A recorrerá 10 km menos por ser esa la distancia que llevaba de ventaja, es decir A recorrerá 20 km.

---

*Veamos un caso con “PARTIDA DIFERIDA” (Porque conocemos la posición inicial de cada móvil para distintos instantes iniciales):

Un tren de cargas parte de Buenos Aires (km 0) hacia Mar del Plata, (km 400) saliendo a las 8 hs y pretendiendo llegar a destino a las 16 hs. Un tren expreso sale de Mar del Plata a las 10 hs, debiendo llegar a Buenos Aires a las 15 hs. Calcular las velocidades de ambos trenes (suponer constantes y despreciar lo que ocurre en la salida y al llegar). Determinar a que hora y en que lugar se cruzan ambos trenes.

a)Definición del sistema de referencias utilizado: tomamos como origen [km 0 (cero)] a Buenos Aires y como km 400 a Mar del Plata.

b)Cálculo de las velocidades:

i)Velocidad del carguero (v_c)

$$v_c = \frac{400\ km}{(16\ h - 8\ h)} = 50\frac{km}{h}$$

ii)Velocidad del tren expreso (v_e)

$$v_e = \frac{0\ km - 400\ km}{15\ h - 10\ h} = \frac{-400\ km}{5\ h} = -80\frac{km}{h}$$

iii)Planteo de las ecuaciones horarias.

$$x_c = 50\frac{km}{h}\ (t_c - 8\ hs)$$

$$x_e = 400\ km - 80\frac{km}{h}\ (t_e - 10\ hs)$$

Cuando se cruzan, los relojes de ambos maquinistas deberán indicar la misma hora y ambos trenes estarán en el mismo lugar (a igual distancia de Buenos Aires). En ese momento será $t_c = t_e = t_\varepsilon$ y en ese lugar también tendremos $x_c = x_e = x_\varepsilon$, quedando luego de reemplazar:

$$x_\varepsilon = 50\frac{km}{h}.(t_\varepsilon - 8\ hs)$$

$$x_\varepsilon = 400\ km - 80\frac{km}{h}.(t_\varepsilon - 10\ hs)$$

e igualando los segundos miembros, queda:

$$50\frac{km}{h}.(t_\varepsilon - 8\ hs) = 400\ km - 80\frac{km}{h}.(t_\varepsilon - 10\ hs)$$

distribuyendo y agrupando, se obtiene:

$$50\frac{km}{h}.t_\varepsilon - 400\ km = 400\ km - 80\frac{km}{h}.t_\varepsilon + 800\ km$$

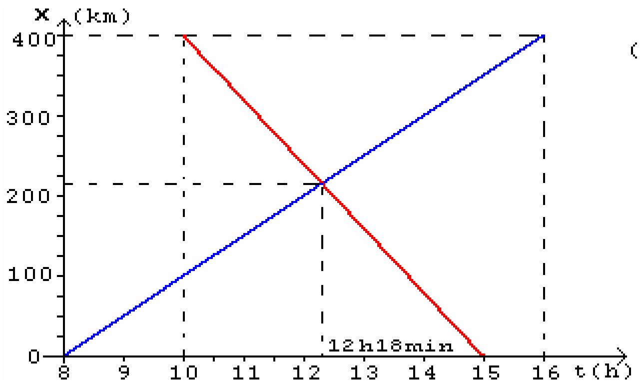
$$(50\frac{km}{h} + 80\frac{km}{h}).t_\varepsilon = 400\ km + 400\ km + 800\ km = 1600\ km$$

$$130\frac{km}{h}.t_\varepsilon = 1600\ km \Rightarrow t_\varepsilon = \frac{1600\ km}{130\ \frac{km}{h}} \cong 12hs\ 18min\ 28seg$$

Reemplazando este tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones horarias, obtendremos la posición del encuentro:

$$x_\varepsilon = 50\frac{km}{h}.(12hs\ 18min\ 28seg - 8hs) \cong 215{,}4\ km$$

Veamos las gráficas para una mejor comprensión del problema:



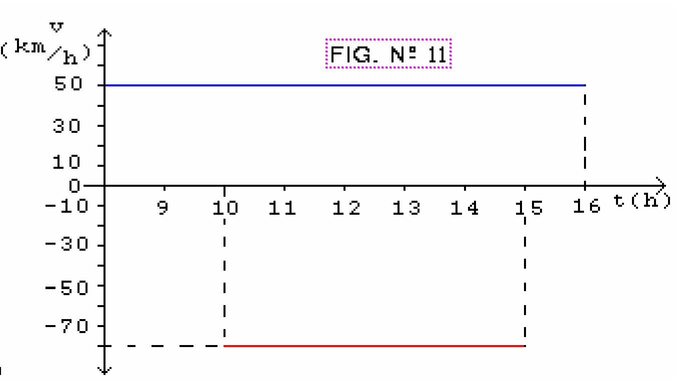


FIG. Nº 11

3-2.4)Movimientos rectilíneos variados (M.R.V.):

Se denominan variados a aquellos movimientos en los que la velocidad cambia. Supongamos que un auto que viaja en cierto instante a $36\frac{km}{h}$ (equivalente a $10\frac{m}{seg}$) decida aumentar su velocidad hasta $90\frac{km}{h}$ ($25\frac{m}{seg}$), y que para lograrlo tarde 30 seg, decimos que dicho móvil ha acelerado.

Veamos esto gráficamente:

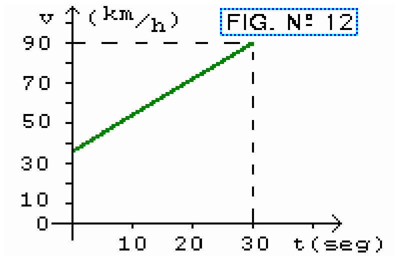


FIG. Nº 12

3-2.4.a)DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN MEDIA (a_m):

Es el cociente entre la variación de velocidad sufrida por el móvil y el lapso en el cual se produjo.

$$a_m = \frac{\Delta v_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Para los datos del gráfico anterior, la aceleración media será:

$$a_m = \frac{25\frac{m}{seg} - 10\frac{m}{seg}}{30\,seg} = \frac{15\frac{m}{seg}}{30\,seg} = 0,5\frac{m}{seg^2}$$

La unidad de aceleración $\frac{m}{seg^2}$ significa que el móvil del ejemplo ha sufrido una variación de velocidad de $0,5\frac{m}{seg}$ en cada seg que transcurrió en el lapso comprendido dentro de los 30 seg que duró la aceleración (en términos medios ya que es una aceleración media).

3-2.5)Movimiento rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.):

3-2.5.a)Características del movimiento.

a)La aceleración de un móvil animado con M.R.U.V. es constante.

b)Su velocidad instantánea, es una función lineal del tiempo.

c)La posición que ocupa dicho móvil sobre la recta donde se mueve, es una función cuadrática del tiempo.

Estas tres características son interdependientes, y cuando se verifica una, también se verifican las otras y viceversa.

3-2.5.b)CALCULO DE LA ACELERACIÓN EN EL M.R.U.V.

Al ser constante, la aceleración se puede determinar entre dos puntos cualesquiera del movimiento. Así:

$$a = \frac{\Delta v_{1,2}}{\Delta t_{1,2}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

3-2.5.c)ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD EN EL M.R.U.V.

Esta ecuación es la que nos da la velocidad en función del tiempo de un móvil que se mueve con M.R.U.V. Es la función lineal de la que se hace referencia en las características del movimiento. Se deduce a partir de la fórmula que nos permite calcular la aceleración, con tal de despejar v_2 de dicha fórmula, quedando "v" como variable dependiente en función de "t" (variable independiente). Es un simple ejercicio algebraico. Hagámoslo:

i)Pasamos multiplicando $(t_2 - t_1)$

$v_2 - v_1 = a.(t_2 - t_1)$

ii)Pasamos sumando a v_1

$v_2 = v_1 + a .(t_2 - t_1)$

iii)Finalmente para que adquiera la forma de una función del tiempo, y no quede particularizada en dos instantes cualesquiera, se expresa así:

$$\boxed{v_{(t)} = v_o + a\,(t - t_o)}$$

Lo cual se lee: "La velocidad (v) que lleva un móvil que se desplaza con M.R.U.V. es igual a la velocidad que llevaba en el instante inicial t_o (velocidad v_o) más la aceleración ("a") multiplicada por el lapso transcurrido entre t y t_o o sea $(t - t_o)$".

El último término de esta ecuación es la variación de la velocidad durante ese lapso.

Esta se reduce a: $v_{(t)} = v_o + a\,.\,t$ (para el caso en que t_o sea cero). Y se reduce aún más a: $v_{(t)} = a\,.\,t$,si es cero la velocidad inicial ($v_o = 0$).

La gráfica de la velocidad en función del tiempo es la de una función lineal, como la usada al ejemplificar el cálculo de la aceleración media.

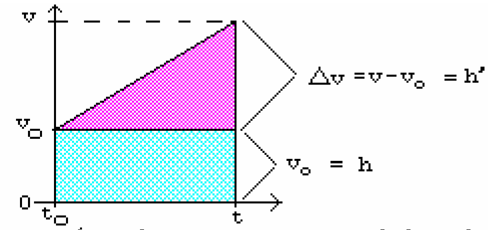
3-2.5.d)ECUACIÓN HORARIA EN EL M.R.U.V.

Esta ecuación es la que nos da la posición ocupada por el móvil en función del tiempo.

Es la función cuadrática que refieren las características del movimiento. Se llama horaria porque permite describir al movimiento según un horario.

La vamos a deducir a partir del cálculo del área bajo la gráfica de la velocidad. (Ver fig.Nº13).

FIG. Nº 13



El área del rectángulo representa el desplazamiento realizado con la v_o.

El área del triángulo representa el desplazamiento adicional debido a la aceleración.

El desplazamiento total será la suma de ambas áreas.

Δx = ÁREA RECTÁNGULO + ÁREA TRIÁNGULO

Δx = Base.altura + ½ Base.(altura)'

$\Delta x = B.h + \frac{1}{2} B.h' = (t-t_o).v_o + \frac{1}{2}(t-t_o).(v-v_o)$

Pero la diferencia de velocidades $(v-v_o)$ la podemos expresar en función de la aceleración, siendo: $v-v_o = a.(t-t_o)$

Reemplazando queda:

$\Delta x = (t-t_o).v_o + \frac{1}{2}(t-t_o).a.(t-t_o) = v_o.(t-t_o) + \frac{1}{2} a.(t-t_o)^2$

Como todo desplazamiento, realizado en un cierto lapso $(t-t_o)$, a Δx también es posible desarrollarlo como $\Delta x = (x-x_o)$, y reemplazándolo en la última ecuación:

$$\Delta x = x_{(t)} - x_o = v_o.(t-t_o) + \frac{1}{2} a.(t-t_o)^2 = v_o.(t-t_o) + \frac{1}{2} a.(t-t_o)^2$$

Pasamos x_o sumando al segundo miembro con lo que dejamos en el primero, a la variable dependiente $x_{(t)}$ en función del tiempo:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v_o.(t-t_o) + \frac{1}{2}.a.(t-t_o)^2}$$

Esta expresión recibe el nombre de **ECUACIÓN HORARIA DEL M.R.U.V.** siendo la más importante ecuación de este movimiento.

Cuando t_o es nulo $(t_o = 0)$, esta ecuación se reduce a:

$$\boxed{x_{(t)} = x_o + v_o.t + \frac{1}{2}.a.t^2}$$

y se reduce aún más a: $x_{(t)} = \frac{1}{2}.a.t^2$

si son nulas la posición inicial $(x_o = 0)$ y la velocidad inicial $(v_o = 0)$.

*EJEMPLO DE M.R.U.V. CON SUS GRÁFICOS:

Un auto parte del reposo y acelera uniformemente durante 12 seg con una aceleración de $2\frac{m}{seg^2}$. Calcular la velocidad final alcanzada, la distancia recorrida y graficar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo. (Ver figs.Nº14-a y Nº14-b)

i)Cálculo de la velocidad final. Aplicando la expresión: $v_{(t)} = a.t$ debido a que no hay velocidad inicial (parte del reposo), tendremos:

$$v_{(t=12seg)} = 2\frac{m}{seg^2}.12\ seg = 24\frac{m}{seg}$$

ii)Cálculo de la distancia recorrida. Aplicando la expresión:

$x_{(t=12seg)} = \frac{1}{2}\ a.t^2 = \frac{1}{2}\ 2\frac{m}{seg^2}.(12\ seg)^2 = \frac{1}{2}\ 2\frac{m}{seg^2}.144\ seg^2 = 144\ m$

REPRESENTACIONES GRÁFICAS:

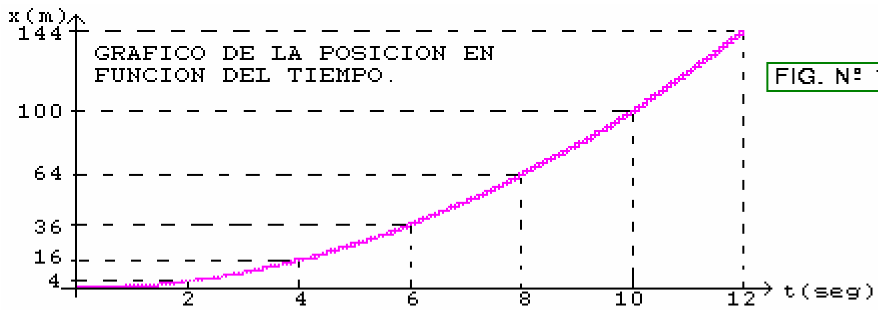
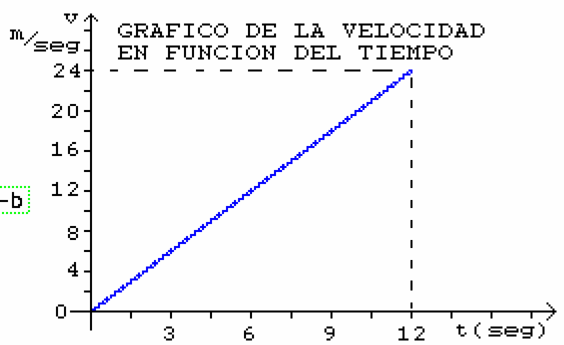


FIG. Nº 14-a

FIG. Nº 14-b



*EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN HORARIA:

Dada la siguiente ecuación horaria

$x_{(t)} = 10\ m + 20\frac{m}{seg}.t - 2\frac{m}{seg^2}.t^2$

a)Identificar en la misma, la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.

b)Expresar la función que da la velocidad instantánea.

c)Representar gráficamente la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo y dar las características particulares de este caso. (Ver figs.Nº15-a y Nº15-b)

DESARROLLO DE a)

*La posición inicial es el término independiente de la función:

$$\therefore\ x_o = 10\ m.$$

*La velocidad inicial es el coeficiente del término lineal en la ecuación horaria: $\therefore\ v_o = 20\frac{m}{seg}$

*La aceleración es el doble del coeficiente del término cuadrático en la ecuación: $\therefore\ a = -4\frac{m}{seg^2}$ ya que $(\frac{1}{2}.a)$ es dicho coeficiente.

DESARROLLO DE b)

Una vez conocida la velocidad inicial y la aceleración, reemplazamos sus valores en la función: $v_{(t)} = v_o + a.t$

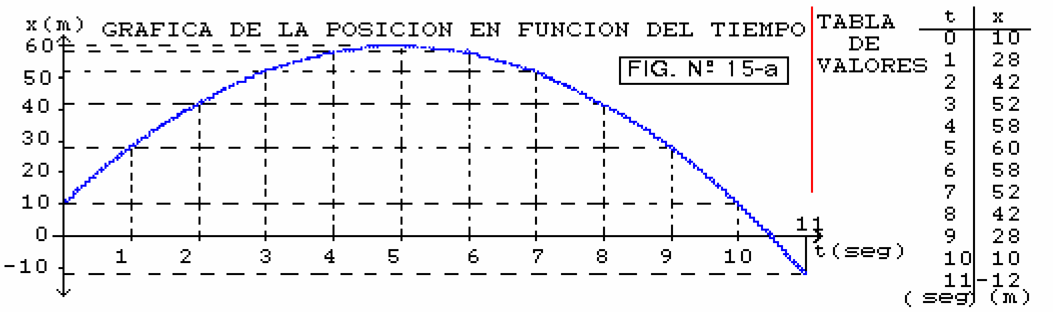
$$v_{(t)} = 20\frac{m}{seg} - 4\frac{m}{seg^2}.t$$

CARACTERÍSTICAS PARTICULARES:

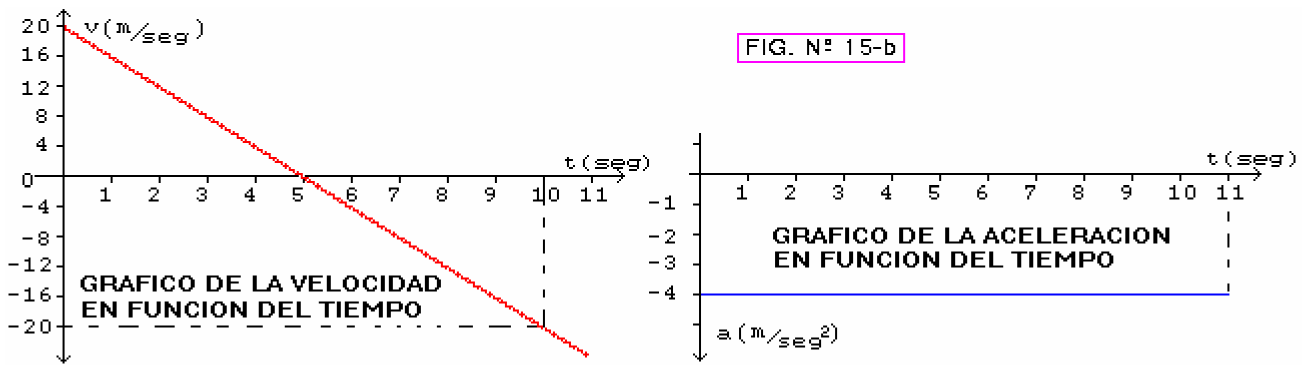
Se trata de un móvil que tiene una velocidad inicial y que por tener una aceleración opuesta a la velocidad, el movimiento resulta retardado, entre t = 0 seg y t = 5 seg (El módulo de la velocidad decrece).

En t = 5 seg, la velocidad es nula y como la aceleración se mantiene, se invierte el sentido del movimiento, tornándose acelerado (aunque ahora con velocidad negativa), porque aumenta el módulo de la velocidad.

c)REPRESENTACIONES GRÁFICAS:



t (seg)	x (m)
0	10
1	28
2	42
3	52
4	58
5	60
6	58
7	52
8	42
9	28
10	10
11	-12



3-2.5.e)ECUACIÓN DE LA POSICIÓN EN FUNCIÓN DE LA VELOCIDAD.

En ciertas ocasiones, los problemas que se plantean, no incluyen entre los datos, al tiempo.

Es por eso que resulta cómodo contar con la ecuación de movimiento en función de la velocidad.

Esta ecuación, se deduce fácilmente, a partir de la ecuación horaria [$x_{(t)}$] y la ecuación de la velocidad [$v_{(t)}$].

Veamos como se procede: planteamos ambas funciones del tiempo

$$x_{(t)} = x_o + v_o.(t-t_o) + \tfrac{1}{2}\, a.(t-t_o)^2 \qquad \{1\}$$

$$v_{(t)} = v_o + a.(t-t_o) \qquad \{2\}$$

De la ecuación {2} despejamos el tiempo y lo sustituimos en la ecuación {1}, con lo cual la función que nos quede será función de la velocidad, quien a su vez es función del tiempo.

$$(t - t_o) = \frac{\left[v_{(t)} - v_o\right]}{a}$$

$$x_{(v)} = x_o + \frac{v_o.\left[v_{(t)} - v_o\right]}{a} + \frac{\tfrac{1}{2}\,.\,a.\left[v_{(t)} - v_o\right]^2}{a^2}$$

Simplificando y efectuando denominador común “2.a”

$$x_{(v)} = x_o + \frac{v_o.\left[v_{(t)} - v_o\right]}{a} + \frac{\left[v_{(t)} - v_o\right]^2}{2.a}$$

$$x_{(v)} = x_o + \frac{2.v_o.\left[v_{(t)} - v_o\right] + \left[v_{(t)} - v_o\right]^2}{2.a}$$

Operando, luego de sacar factor común $[v_{(t)} - v_o]$ queda:

$$\boxed{x_{(v)} = x_o + \frac{v_{(t)}^2 - v_o^2}{2.a}}$$

*EJEMPLO DONDE SE APLICA ESTA ECUACIÓN:

Un auto pasa por la posición $x_o = 150$ m, con una velocidad de $10\frac{m}{seg}$ y al llegar a la posición x = 450 m, logra tener una velocidad de $25\frac{m}{seg}$. Calcular la aceleración con que se desplazó y el tiempo que empleó.

a)Cálculo de la aceleración. A partir de:

$$x_{(v)} = x_o + \frac{v_{(t)}^2 - v_o^2}{2.a}$$

despejamos la aceleración:

$$a = \frac{v_{(t)}^2 - v_o^2}{2.(x_{(v)} - x_o)}$$

$$a = \frac{(25\ ^m\!/_{seg})^2 - (10\ ^m\!/_{seg})^2}{2.(450\,m - 150\,m)}$$

$$a = \frac{625(^m\!/_{seg})^2 - 100(^m\!/_{seg})^2}{2.(300\,m)} = \frac{525\ ^{m^2}\!/_{seg^2}}{600\,m} = 0{,}875\ ^m\!/_{seg^2}$$

b)Cálculo del tiempo: A partir de $v_{(t)} = v_o + a.(t-t_o)$, como lo que se pide es el tiempo transcurrido entre ambas posiciones, despejamos el lapso $(t - t_o)$ de esta ecuación:

$$t - t_o = \frac{v_{(t)} - v_o}{a} = \frac{\left[25\ ^m\!/_{seg} - 10\ ^m\!/_{seg}\right]}{0{,}875\ ^m\!/_{seg^2}} \cong 17{,}14\,seg.$$

*PROBLEMA COMBINANDO M.R.U.- M.R.U.V.

Un móvil parte del reposo y acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de $30\frac{m}{seg}$, mientras recorre 300 m. Luego conserva la velocidad que logró, durante 25 seg y finalmente aplica los frenos para detenerse, tardando 8 seg desde que comenzó la frenada hasta que se detuvo. Efectuar:
a)El cálculo de la distancia total recorrida y el tiempo que duró el viaje.
b)La representación gráfica de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

a)Se puede advertir que el viaje completo puede dividirse en tres etapas (I, II y III):

Etapa I: Cálculo de la aceleración y el tiempo.

Aplicamos la ecuación del M.R.U.V. en función de la velocidad.

$$x_{(v)} = \frac{\left(30\ {}^{m}\!/\!_{seg}\right)^2}{2.\,a} = 300\,m \quad \text{... y despejamos la aceleración} \therefore$$

$$a = \frac{\left(30\ {}^{m}\!/\!_{seg}\right)^2}{2.300\,m} = \frac{900\ {}^{m^2}\!/\!_{seg^2}}{600\,m} = 1{,}5\ {}^{m}\!/\!_{seg^2}$$

Ahora con la ecuación de la velocidad instantánea, calculamos el tiempo: $v_{(t)} = v_o + a.t$

$30\frac{m}{seg} = 1{,}5\frac{m}{seg^2}.t \Rightarrow t = 20$ seg (este es el tiempo de la etapa I).

Etapa II: Cálculo de la distancia recorrida. Se aplica la ecuación horaria del M.R.U.: $x_{(t)} = x_o + v.t$

$$x_{(t=45seg)} = 300\ m + 30\frac{m}{seg}.25\ seg = 300\ m + 750\ m = 1050\ m$$

donde los 300 m corresponden a lo recorrido en la etapa I y los 750 m a la etapa II, siendo 1050 m el total acumulado en ambas etapas.

Etapa III: Cálculo de la distancia de frenado. Aplicando la ecuación de la velocidad determinamos previamente el valor de la aceleración en la frenada: $v_{(t)} = v_o + a.t = 0$ (porque se detiene):

$$a = \frac{-v_o}{t} = \frac{-30\ {}^{m}\!/\!_{seg}}{8\,seg} = -3{,}75\ {}^{m}\!/\!_{seg^2}$$

Luego aplicamos la ecuación horaria del M.R.U.V.

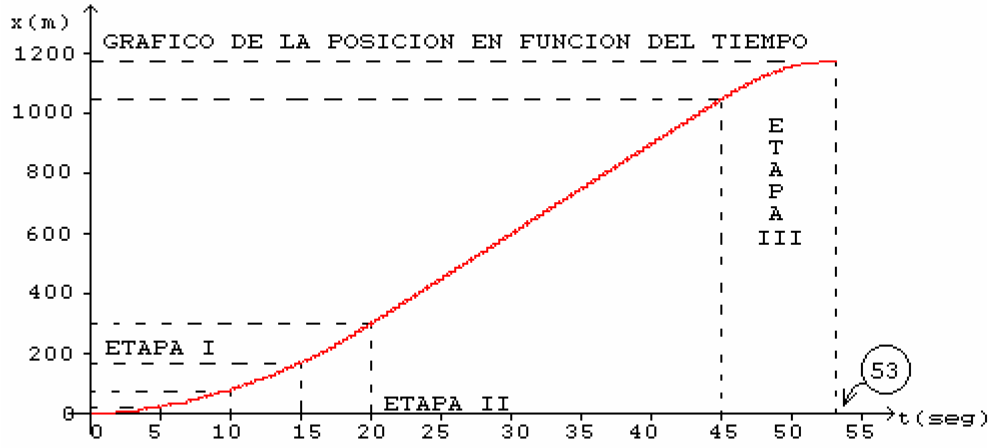
$$x_{(t)} = x_o + v_o.t + \tfrac{1}{2}\,a.t^2$$

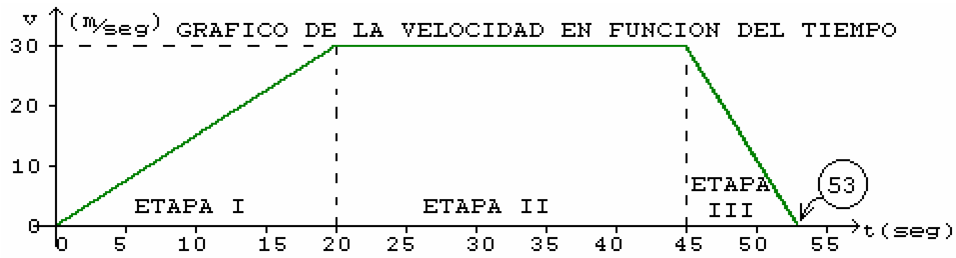
$$x_{(t=53seg)} = 1050\ m + 30\frac{m}{seg}.8\ seg + \tfrac{1}{2}\left(-3{,}75\frac{m}{seg^2}\right).(8\ seg)^2$$

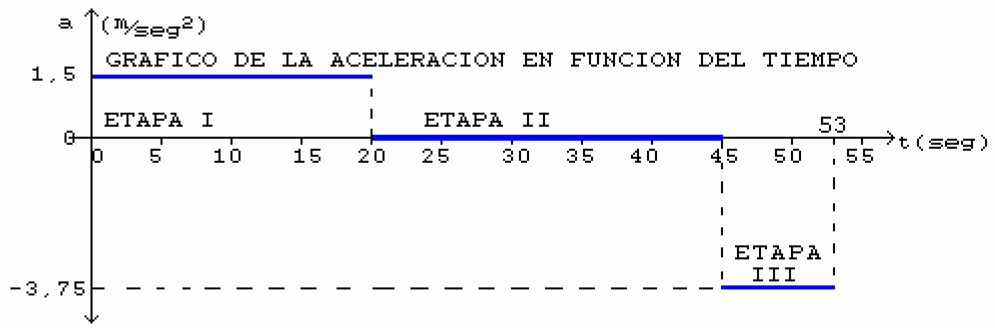
$$x_{(t=53seg)} = 1050\ m + 240\ m - 120\ m = 1050\ m + 120\ m = 1170\ m.$$

Siendo 1050 m, lo recorrido en las dos etapas anteriores y 120 m el recorrido de la etapa de frenado, lo que hace un total para el viaje completo de 1170 m, con un tiempo de 53 seg para las tres etapas.

b)REPRESENTACIONES GRÁFICAS:







En este último gráfico, puede observarse la aceleración positiva en la primera etapa, la aceleración nula en la etapa II y aceleración negativa en el frenado (etapa III).

3-2.6)Movimientos verticales (Tiro vertical y caída libre):

Es el estudio del movimiento de objetos en dirección vertical en, proximidad de la Tierra (o de cualquier otro planeta o satélite), bajo la sola influencia de la gravedad del lugar.

Para estos movimientos es posible emplear el modelo del rectilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.), admitiendo que la aceleración de la gravedad del lugar permanece constante (o al menos su variación resulta despreciable dentro de ciertos márgenes), bajo los siguientes requisitos:

1º)Despreciar la influencia amortiguadora del aire atmosférico (esto se consigue cuando la velocidad de los objetos no es elevada y su geometría no presenta una resistencia aerodinámica importante).

2º)Cuando los casos estudiados sufren desplazamientos pequeños en relación con el radio terrestre (despreciar el cambio de la gravedad con la altura).

3º)No tener en cuenta la rotación de la Tierra.

*ACELERACION GRAVITATORIA TERRESTRE.

En proximidad de la Tierra, los objetos se aceleran “hacia abajo” con una aceleración cuyo módulo es $9{,}8\frac{m}{seg^2}$, debida a la interacción de esos objetos con nuestro planeta. Se la llama “aceleración gravitatoria terrestre” y se simboliza con la letra “g”.

*ECUACIONES DE LOS MOVIMIENTOS VERTICALES.

Al utilizar el modelo del M.R.U.V., aplicamos las mismas ecuaciones deducidas para dichos casos, sólo que modificamos la nomenclatura porque el movimiento se verifica en una dirección vertical.

Las ecuaciones vistas para el M.R.U.V. son:

$x_{(t)} = x_o + v_o .t + ½ a.t^2$

$v_{(t)} = v_o + a .t$

Que se transforman en:

$y_{(t)} = y_o + v_o .t + ½ g.t^2$

$v_{(t)} = v_o + g .t$

donde se ha cambiado la "x" por la "y" por tratarse de un eje vertical y la aceleración "a" por la "g" de la gravedad.

*CONVENCION DE SIGNOS (ELECCIÓN DEL SISTEMA DE REFERENCIA).

Para ser coherentes con los sistemas de referencia, adoptamos la posición "cero" en el suelo y el sentido positivo hacia arriba, la aceleración de la gravedad será considerada negativa ($-9,8\frac{m}{seg^2}$), ya que como dijimos todo cuerpo se acelera hacia abajo, cualquiera sea su velocidad inicial (o sea si está subiendo va a disminuir su velocidad y si está cayendo, aumentará su módulo).

*EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE MOVIMIENTOS VERTICALES.

1)Se deja caer un cuerpo desde una altura de 4,9 m. Plantear las ecuaciones de movimiento y calcular el tiempo que emplea en llegar al suelo y con que velocidad llega. Efectuar los gráficos $y_{(t)}$, $v_{(t)}$.

a)Planteo:

$y_{(t)} = y_o + v_o .t + ½ .g.t^2$

$v_{(t)} = v_o + g .t$

En este caso hay un "dato oculto", al decir "se deja caer" significa que es nula la velocidad inicial ($v_o = 0$).

Como queremos calcular el tiempo de llegada al suelo, será $y_{(t)}= 0$ (altura del suelo), luego:

$0 = 4,9 \text{ m} + ½.(-9,8\frac{m}{seg^2}).t^2$

$v_{(t)} = (-9,8\frac{m}{seg^2}).t$

b)Cálculo del tiempo: lo despejamos de la primer ecuación.

$0 = 4,9 \text{ m} -4,9\frac{m}{seg^2}.t^2$

$4,9\frac{m}{seg^2}.t^2 = 4,9 \text{ m} \Rightarrow t^2 = 1 \text{ seg}^2 \Rightarrow t = 1 \text{ seg}$

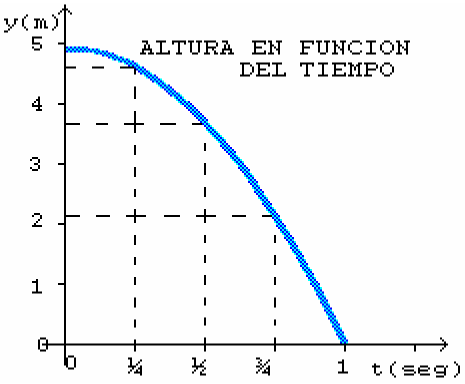
Desde 4,9 m de altura un objeto tarda 1 seg en llegar al suelo.

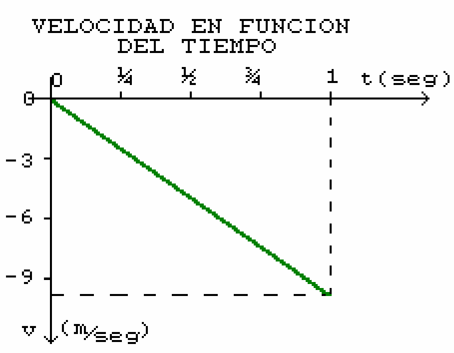
Reemplazando este tiempo en la ecuación de la velocidad, obtenemos:

$v_{(t)} = (-9,8\frac{m}{seg^2}).1 \text{ seg} = -9,8\frac{m}{seg}$

En este resultado podemos efectuar una doble lectura. Por un lado nos dice que en el instante que llega al suelo la velocidad vale $9,8\frac{m}{seg}$ y el signo negativo, significa que el objeto está cayendo.

GRÁFICOS REPRESENTATIVOS:





---

2)Se lanza verticalmente hacia arriba, un objeto, con una velocidad inicial de $14 \frac{m}{seg}$, desde una terraza ubicada a 7 m de altura sobre la calle. a)Plantear las ecuaciones de movimiento. b)Calcular la máxima altura que alcanzará dicho cuerpo, el tiempo en alcanzarla y al cabo de que lapso llegará a la calle. c)Efectuar los gráficos correspondientes $y_{(t)}$, $v_{(t)}$.

a)Planteo:

$$y_{(t)} = y_o + v_o.t + ½.g.t^2$$

$$v_{(t)} = v_o + g.t$$

Hacemos los reemplazos correspondientes:

$$y_{(t)} = 7\ m + 14 \frac{m}{seg}.t + ½.(-9,8 \frac{m}{seg^2}).\ t^2$$

La condición de altura máxima es que la velocidad en ese instante es cero [$v_{(t)} = 0$]:

$$v_{(t)} = 14 \frac{m}{seg} + (-9,8 \frac{m}{seg^2}).t = 0$$

b)Cálculo del tiempo: lo despejamos de la ecuación de la velocidad:

$$t_{subir} = \frac{14 \frac{m}{seg}}{9,8 \frac{m}{seg^2}} = 1,43\ seg$$

Este es el tiempo en alcanzar la máxima altura y reemplazándolo en la ecuación horaria, obtenemos dicha altura:

$$y_{(t)máx} = 7\ m + 14 \frac{m}{seg}.(1,43\ seg) + ½(-9,8 \frac{m}{seg^2}).(1,43\ seg)^2$$

$$y_{(t)máx} = 7\ m + 20\ m + ½(-9,8 \frac{m}{seg^2}).2,04\ seg^2$$

$$y_{(t)máx} = 7\ m + 20\ m -10\ m = 7\ m +10\ m = 17\ m$$

Ahora calculamos el tiempo en caer desde 17 m de altura, sin velocidad inicial.

$$0 = 17\ m + ½(-9,8 \frac{m}{seg^2}).\ t^2$$

$t_{caída} = 1,86\ seg$

Sumando este tiempo al obtenido en alcanzar la altura máxima, nos da el tiempo total desde que fue lanzado hasta que llegó a la calle:

$t_{total} \cong t_{subir} + t_{caída} \cong 1,43\ seg + 1,86\ seg \cong 3,29\ seg \cong 3,3\ seg.$

Nota: A este resultado, se pudo haber llegado directamente resolviendo la ecuación cuadrática siguiente:

$$7\ m + 14\frac{m}{seg}.t - 4,9\frac{m}{seg^2}.t^2 = 0$$

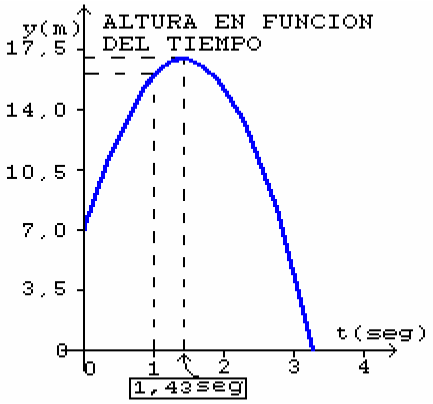
cuya solución, que no desarrollamos, arroja los dos resultados siguientes:

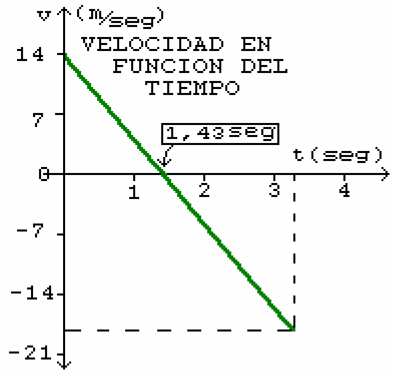
$$t_1 = -0,43\ seg \quad y \quad t_2 = 3,29\ seg.$$

El primero de estos tiempos, carece de sentido físico, al corresponder a un instante anterior al lanzamiento del objeto. El segundo es la solución buscada, la cual ya habíamos calculado.

En un primer momento no empleamos este método, ya que supera el nivel de matemática del 2º año de las escuelas técnicas.

c)REPRESENTACIONES GRÁFICAS



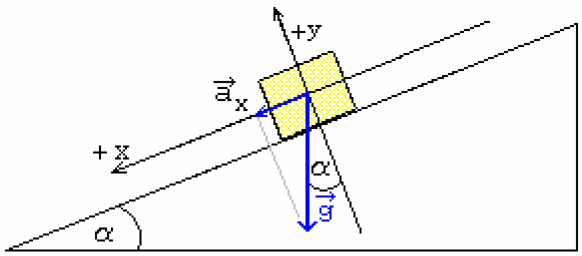


3-2.7)Aceleración en un plano inclinado:

Como hemos visto en estática, la proyección de fuerzas en el plano inclinado, es también aplicable a la descomposición del vector aceleración de la gravedad.

De esta manera, la aceleración de un cuerpo sobre un plano inclinado ideal (sin fricción), es igual a la aceleración de la gravedad multiplicada por el seno del ángulo de inclinación del plano:

$$\boxed{a_x = g.\text{sen}\ \alpha}$$



Lo más parecido en la práctica a esta situación es la de un pequeño autito de juguete que tenga ruedas plásticas pequeñas deslizando por un tobogán. Los demás casos difieren sensiblemente de esto, en la medida en que resulta muy difícil hacer despreciable la fricción con el plano (objetos que deslizan) y minimizar la inercia de las rotaciones cuando el movimiento es de objetos que pueden rodar sin deslizar.

3-2.8)TRABAJO PRACTICO: Mediciones en el Movimiento de Caída Libre.

ESTA ACTIVIDAD ES PARA HACER EN EQUIPO (CUATRO POR LO MENOS).

En este caso, efectuarán mediciones de alturas y tiempos de caída de pequeños objetos (un trocito de tiza o una goma de borrar).

Primeramente deberán medir la altura del primer piso, y/o del segundo piso de cualquier edificación. Esto se puede hacer con relativa facilidad descolgando por la ventana o balcón un tramo largo de hilo de coser, al cual se le ha atado en su extremo un pequeño contrapeso. Una vez que dicho contrapeso llega al suelo (el hilo se arruga) se marca el hilo en la otra punta, se recoge y se mide con una cinta métrica (calcular el error de medición).

Luego se ubican dos chicos arriba (el que suelta los objetos es quien acciona el cronógrafo, -para minimizar el tiempo de reacción- y el otro debe anotar el resultado del tiempo). Los otros dos deben ubicarse abajo para prevenir de la caída de los objetos a eventuales transeúntes que puedan llegar a pasar por el lugar.

Repetir esta actividad tantas veces como integrantes tenga el equipo, rotando los roles cada vez y volcar los valores en el cuadro de la página siguiente.

	valor	ε_A	g	valor	ε_A	g	valor	ε_A	g
Altura 1ºpiso									
Tiempo de caída									
Altura 2ºpiso									
Tiempo de caída									

Calcular el valor de la aceleración de la gravedad “g” empleando la expresión: g = $\frac{2.h}{t^2}$,donde “h” es la altura del 1º o 2º piso y “t” el tiempo de caída correspondiente. Propagar los errores.

3-2.9)Ejercicios de aplicación:

POSICIONES, DESPLAZAMIENTOS, INSTANTES, LAPSOS Y VELOCIDADES MEDIAS.

1)Dadas las posiciones en las que se detectó un móvil y los instantes correspondientes, calcular: a)Los desplazamientos entre todos los pares de posiciones posibles. b)Los lapsos en que se verificaron esos desplazamientos. c)Las velocidades medias en cada uno de ellos.

Datos: x_1 = 30 m; x_2 = 60 m; x_3 = 100 m; x_4 = 180 m; x_5 = 30 m; x_6 = 130 m.

t_1 = 1 seg; t_2 = 4 seg; t_3 = 6 seg; t_4 = 10 seg; t_5 = 15 seg; t_6 = 25 seg.

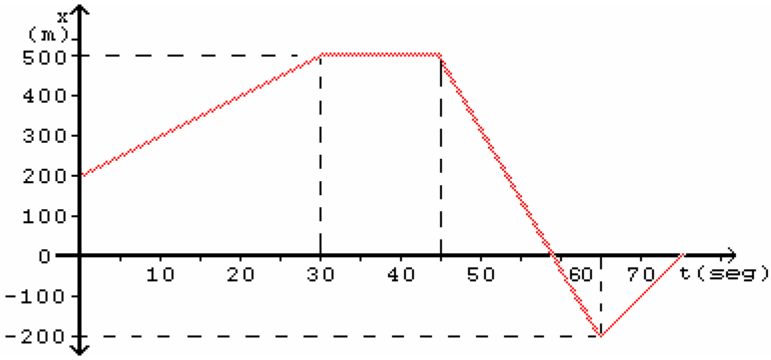
Representar gráficamente las posiciones y los instantes dados y trazar las pendientes que muestren las velocidades medias calculadas. Efectuar el gráfico de velocidad en función del tiempo.

2)Un auto recorre 60 km en 40 min, luego descansa 20 min y completa su viaje a 60$\frac{km}{h}$ en 50 min. Hallar la distancia total recorrida, el tiempo que duró el viaje y la velocidad media total.
Representar las gráficas de posición y velocidad en función del tiempo.

3)Un auto efectúa la mitad de un viaje a 120$\frac{km}{h}$ y el resto a 80$\frac{km}{h}$. Calcular la velocidad media del viaje completo.

4)Un auto efectúa un tercio de su viaje a 100$\frac{km}{h}$, otro tercio a 80$\frac{km}{h}$ y el resto a 60$\frac{km}{h}$. Hallar la velocidad media del viaje completo.

5)Dada la gráfica, que muestra las posiciones de un móvil en función del tiempo, efectuar: a)el cálculo de la velocidad media en los siguientes lapsos: (0 seg ; 30 seg), (30 seg ; 45 seg), (45 seg ; 65 seg), (65 seg ; 75 seg). b)Representar en un mismo gráfico (empleando varios colores) las velocidades medias calculadas.



M.R.U.

6)En que tiempo se cubre una distancia de 70 km, viajando a 55$\frac{km}{h}$ con velocidad constante. Expresar el resultado en hs, min y seg.

7)Se realiza un viaje de 30 km en 22 min con velocidad constante. Calcular la velocidad expresada en $\frac{km}{h}$ y $\frac{m}{seg}$.

8)Un auto pasa por el km 30 de su ruta a las 5 h 30 min y por el km 120 de la misma ruta a las 7 h 10 min, moviéndose con M.R.U., calcular: a)la velocidad expresada en $\frac{km}{h}$ y $\frac{m}{seg}$. b)por donde pasó a las 6 hs. c)en que instante pasó por el km 70 d)Efectuar la representación gráfica de la posición y de la velocidad en función del tiempo $x_{(t)}$ y $v_{(t)}$.

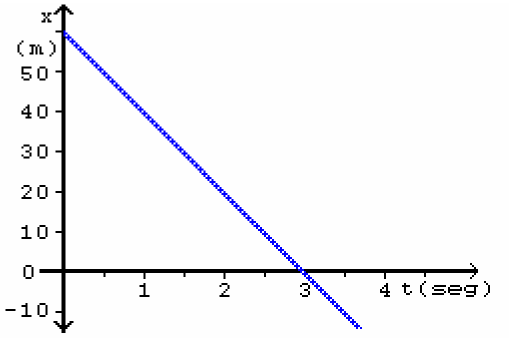
9)Un auto pasa por el km 310 de su ruta a las 15 h 50 min y por el km 100 de la misma ruta a las 18 h 10 min, moviéndose con M.R.U., calcular: a)la velocidad b)por donde pasó a las 17 hs. c)en que instante pasó por el km 200 d)Efectuar la representación gráfica de la posición y de la velocidad en función del tiempo $x_{(t)}$ y $v_{(t)}$.

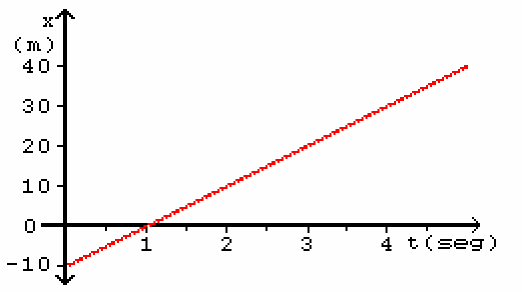
10)Un camión pasa por el km 650 de su ruta a las 20 h 20 min y por el km 840 de la misma ruta a las 23 h 10 min, moviéndose con M.R.U., calcular: a)la velocidad expresada en $\frac{km}{h}$ y $\frac{m}{seg}$. b)por donde pasó a las 22 hs. c)en que instante pasó por el km 780. d)Efectuar la representación gráfica de la posición y de la velocidad en función del tiempo $x_{(t)}$ y $v_{(t)}$.

11)Un camión pasa por el km 140 de su ruta a las 2 h 40 min y por el km 50 de la misma ruta a las 4 h 20 min, moviéndose con M.R.U., calcular: a)la velocidad expresada en $\frac{km}{h}$ y $\frac{m}{seg}$. b)por donde pasó a las 3 hs.

c)en que instante pasó por el km 80. d)Efectuar la representación gráfica de la posición y de la velocidad en función del tiempo $x_{(t)}$ y $v_{(t)}$.

12)Para los gráficos siguientes, calcular la velocidad, expresar la ecuación horaria y determinar la posición para t = 4 seg y en que instante el móvil pasó por la posición x = 30 m.





13)Un auto que viaja por la Ruta 2, pasa por Chascomús (Km 120) a las 12hs 30min, estimando su paso por Dolores (Km 200) a las 13 hs 10 min. Un camión, viajando por la misma ruta, pasó por Dolores a las 12 h 10 min, con el compromiso de pasar por Chascomús a la 13 hs 30 min. Calcular donde se cruza el auto con el camión y a que hora.

14)Suponer que el camión del problema anterior, se dirigía a Mar del Plata en el instante de pasar por Dolores, calcular en que punto de la Ruta 2, el auto le da alcance y a que hora.

15)Dos autos “A” y “B” que viajan en sentidos opuestos están separados 5 km. El “A” va a $54\frac{km}{h}$ y el “B” a $25\frac{m}{seg}$. Calcular en que posición se cruzan y que lapso transcurrió hasta que se cruzaron.

16)Idem que en el problema anterior, pero suponer que marchan en igual sentido. ¿Cuál va detrás?

17)El tanque de nafta de un auto, tiene 60 lts de capacidad. Su conductor suele aprovecharlo en un 90% y viajando a una velocidad media de $80\frac{km}{h}$, el rendimiento del motor es de 12 km por cada litro, calcular la autonomía del vehículo (Distancia recorrida sin cargar combustible).

M.R.U.V.

18)Un auto parte del reposo y se desplaza 30 m en los primeros 5 seg del movimiento, moviéndose con aceleración constante, calcular: a)La velocidad al transcurrir 10 seg de la partida. ¿Cuánto recorrió en ese tiempo?. b)Representar gráficamente posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

19)Si el auto del problema anterior, comienza a frenar a partir del 10º seg, ¿cuánto tarda en detenerse y con qué aceleración lo hace si recorre 90 m en la frenada?. Completar las gráficas anteriores.

20)Un auto que marcha a 54$\frac{km}{h}$, tarda 30 seg en detenerse luego de apagar su motor. Si desaceleró uniformemente, calcular la distancia recorrida y la desaceleración. Efectuar las gráficas que corresponden.

PROBLEMAS COMBINANDO M.R.U. - M.R.U.V.

21)Un micro arranca y alcanza una velocidad de 25 $\frac{m}{seg}$ en 20 seg. Luego conserva esa velocidad por 1 min y finalmente aplica los frenos para detenerse en 10 seg. Calcular: a)la distancia recorrida. b)Efectuar las gráficas de posición $x_{(t)}$, velocidad $v_{(t)}$ y aceleración $a_{(t)}$.

22)Una moto parte del reposo y tiene una aceleración constante de 4 $\frac{m}{seg^2}$, la cual aplica en sus primeros 200 m. A partir de allí, mantiene constante la velocidad durante 1 min y finalmente frena, deteniéndose en 80 m. Calcular la distancia total recorrida y el tiempo que duró el viaje. Efectuar las representaciones gráficas $x_{(t)}$, $v_{(t)}$ y $a_{(t)}$.

MOVIMIENTOS VERTICALES

23)Un cuerpo se deja caer y tarda 3 seg en llegar al suelo. a)¿Desde que altura comenzó a caer? b)¿Qué velocidad tenía a 11 m del suelo? c)Efectuar las gráficas correspondientes.

24)Se arroja una moneda hacia arriba y al cabo de 1 seg vuelve a caer sobre la mano que la arrojó la cual estaba a la misma altura inicial. Calcular la velocidad inicial y la máxima altura alcanzada por la moneda. Representar gráficamente su posición y velocidad en función del tiempo.

25)Desde una terraza ubicada a 45 m de altura sobre el nivel de la calle, se arroja una pelota en dirección vertical y tarda 5 seg en llegar a la calzada. a)Determinar el valor de la velocidad inicial y decir si fue arrojada hacia arriba o hacia abajo. b)Si fue arrojada hacia arriba, calcule la altura máxima que alcanza y la velocidad con que llega a la calle. c)Representar gráficamente el movimiento de la pelota.

26)Un pequeño cohete despega verticalmente hacia arriba con una aceleración de 8$\frac{m}{seg^2}$. A los 10 seg se le acaba el combustible. Calcular la altura máxima que alcanza, la velocidad cuando llega al suelo y el tiempo total del vuelo. Representar gráficamente la altura, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

MOVIMIENTO EN UN PLANO INCLINADO

27)Un tablón inclinado 30º mide 4 m. Desde su parte más alta se suelta una bolita. ¿Cuánto tarda en llegar a la base del tablón y con que velocidad llega?

28)¿Qué inclinación habrá que darle al tablón del problema anterior para que la bolita llegue a su base en 2 seg.

PROBLEMAS VARIOS

29)Desde el borde de un precipicio, se lanzan en dirección vertical y con igual velocidad inicial dos proyectiles, uno de ellos hacia arriba y el otro hacia abajo. Al cabo de 2 seg los separa una distancia de 100 m. Calcular dicha velocidad inicial. Graficar la altura y la velocidad en función del tiempo para cada proyectil.

30)Desde un balcón se deja caer una piedra. En ese mismo instante, se arroja desde el suelo y verticalmente hacia arriba otra piedra con una velocidad inicial de $8\frac{m}{seg}$, la que se encuentra con la que cae justo en su altura máxima. Calcular la altura del balcón y la velocidad de ambas al llegar al suelo. ¿Cuál llega primero al suelo? Efectuar las gráficas de altura y velocidad en el tiempo.

31)Un ómnibus que viene frenando, reduce su velocidad de $12\frac{m}{seg}$ a $8\frac{m}{seg}$, mientras se desplaza 50 m. Determinar el valor de la desaceleración con que está frenando. ¿Cuánto le resta por recorrer hasta detenerse?

ÍNDICE DEL MÓDULO DE CINEMÁTICA