**EL AJEDREZ PERSA**

No puede existir un lenguaje más universal y simple, más carente de errores y oscuridades, y

por lo tanto más apto para expresar las relaciones invariables de las cosas naturales [...]. [Las

matemáticas] parecen constituir una facultad de la mente humana destinada a compensar la

brevedad de la vida y la imperfección de los sentidos.

JOSEPH FOURIER,

Théorie analytique de la chaleur.

Discurso preliminar (1822)

La primera vez que escuché este relato, la acción transcurría en la antigua Persia. Pero pudo

haber sido en la India o incluso en China. En cualquier caso, sucedió hace mucho tiempo.

El gran visir, el primer consejero del rey, había inventado un nuevo juego. Se jugaba con piezas

móviles sobre un tablero cuadrado formado por 64 escaques rojos y negros. La pieza más

importante era el rey. La seguía en valor el gran visir (tal como cabía esperar de un juego

inventado por un gran visir). El objeto del juego era capturar el rey enemigo y, a consecuencia,

recibió en lengua persa el nombre de shah-mat (shah por «rey», mat por «muerto»). Muerte al

rey. En Rusia, quizá como vestigio de un sentimiento revolucionario, sigue llamándose shajmat.

Incluso en inglés hay un eco de esta designación: el movimiento final recibe el nombre de

checkmate\*. El juego es, por descontado, el ajedrez. Con el paso del tiempo evolucionaron las

piezas, los movimientos y las reglas. Ya no existe, por ejemplo, el gran visir; se ha transfigurado

en una reina de poderes formidables.

Por qué deleitó tanto a un rey la invención de un juego llamado «muerte al rey» es un misterio,

pero, según la historia, se sintió tan complacido que pidió al gran visir que determinara su

recompensa por tan maravillosa invención. Éste ya tenía la respuesta preparada; era un hombre

modesto, explicó al shah, y sólo deseaba una modesta gratificación. Señalando las ocho

columnas y las ocho filas de escaques del tablero que había inventado, solicitó que le entregase

un solo grano de trigo por el primer escaque, dos por el segundo, el doble de eso por el tercero

y así sucesivamente hasta que cada escaque recibiese su porción de trigo. No, replicó el rey, era

un premio harto mezquino para una invención tan importante. Le ofreció joyas, bailarinas,

palacios. Pero el gran visir, bajando la mirada, lo rechazó todo. Sólo le interesaban aquellos

montoncitos de trigo. Así que, maravillado en secreto ante la humildad y la moderación de su

consejero, el rey accedió.

Sin embargo, cuando el senescal empezó a contar los granos, el monarca se encontró con una

desagradable sorpresa. Al principio el número de granos de trigo era bastante pequeño: 1, 2, 4,

8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1.024..., pero en las cercanías del escaque sexagésimo cuarto las

cifras se tornaban colosales, amedrentadoras (véase recuadro de la página 31). De hecho, el

número final rondaba los 18,5 trillones de granos. Tal vez el gran visir se había sometido a una

dieta rica en fibra.

¿Cuánto pesan 18,5 trillones de granos de trigo? Si cada grano mide un milímetro, entonces

todos juntos pesarían unos 75.000 millones de toneladas métricas, mucho más de lo que podían

contener los graneros del shah. De hecho, es el equivalente de la producción actual de trigo en

todo el mundo multiplicada por 150. No nos ha llegado el relato de lo que pasó inmediatamente

después. Ignoramos si el rey, maldiciéndose a sí mismo por haber desatendido el estudio de la

aritmética, entregó el reino al visir o si éste experimentó las tribulaciones de un nuevo juego

llamado visirmat.

La historia del ajedrez persa quizá no sea más que una fábula, pero los antiguos persas e indios

eran brillantes exploradores en el terreno de las matemáticas y sabían qué números tan

enormes se alcanzan al multiplicar repetidamente por dos. Si el ajedrez hubiera sido inventado

con 100 (10 X 10) escaques en vez de 64 (8 X 8), la deuda en granos de trigo habría pesado

tanto como la Tierra. Una sucesión de números como ésta, en la que cada uno es un múltiplo fijo

del anterior, recibe el nombre de progresión geométrica, y el proceso se denomina crecimiento

\* Naturalmente, ese eco existe también en el término castellano de «jaque mate». (N. del T.)

11

exponencial. Los crecimientos exponenciales aparecen en toda clase de ámbitos importantes,

familiares o no. Un ejemplo es el interés compuesto. Si, pongamos por caso, un antepasado

nuestro ingresó en el banco 10 dólares hace 200 años (poco después de la Revolución de

Estados Unidos) a un interés anual constante del 5 %, ahora nuestra fortuna ascendería a 10 X

(1,05)200, es decir, 172.925,81 dólares. Pero pocos son los antepasados que se interesen por la

fortuna de sus remotos descendientes, y 10 dólares eran bastante dinero en aquellos días

((1,05)200 significa simplemente 1,05 por sí mismo 200 veces). Si ese antepasado nuestro hubiera

conseguido un interés del 6 %, ahora tendríamos más de un millón de dólares; al 7 % la

cifra superaría los 7,5 millones, y a un exorbitante 10 % tendríamos la espléndida suma de

1.900 millones de dólares.

Otro tanto sucede con la inflación. Si la tasa de inflación es del 5 % anual, un dólar valdrá 0,95

dólares al cabo de un año, (0,95)2 = 0,91 al cabo de dos; 0,61 al cabo de 10; 0,37 dólares al

cabo de 20, etc. Se trata de una cuestión de gran importancia práctica para aquellos jubilados

cuya pensión no aumenta de acuerdo con la inflación.

El ámbito más corriente donde se producen duplicaciones repetidas y, por tanto, un crecimiento

exponencial, es el de la reproducción biológica. Consideremos primero el caso simple de una

bacteria que se reproduce por bipartición. Al cabo de un tiempo se dividen también cada una de

las dos bacterias hijas. Mientras haya alimento suficiente en el ambiente y no exista veneno

alguno, la colonia bacteriana crecerá de modo exponencial. En condiciones muy favorables la

población de bacterias puede llegar a doblarse cada 15 minutos. Esto significa cuatro

duplicaciones por hora y 96 diarias. Aunque una bacteria sólo pesa alrededor de una billonésima

de gramo, tras un día de desenfreno asexual sus descendientes pesarán en conjunto tanto como

una montaña; en poco más de día y medio pesarán tanto como la Tierra, en dos días más que el

Sol... Y en no demasiado tiempo todo el universo estará constituido por bacterias. No es una

perspectiva muy agradable, pero por fortuna nunca sucede. ¿Por qué? La razón es que un

crecimiento exponencial de este tipo siempre tropieza con algún obstáculo natural. Los bichos se

quedan sin comida, o se envenenan mutuamente, o les da vergüenza reproducirse cuando no

disponen de intimidad para hacerlo. Los crecimientos exponenciales no pueden continuar indefinidamente

porque se lo zamparían todo. Mucho antes que eso encuentran algún impedimento. El

resultado es que la curva exponencial se allana (véase ilustración en la página anterior.)

Este hecho es muy importante para la epidemia del SIDA. Ahora mismo, en muchos países, el

número de personas con síntomas de sida crece de manera exponencial, doblándose en

12

aproximadamente un año. Es decir, cada año el número de casos de sida se duplica con respecto

al del año anterior. El sida ya ha adquirido proporciones catastróficas. Si continuara creciendo

exponencialmente constituiría un desastre sin precedentes. Dentro de 10 años habría mil veces

más casos de sida, y en 20 años un millón de veces más. Pero un millón de veces el número de

personas que ya han contraído el sida es mucho más que el número de los habitantes de la

Tierra. De no existir impedimentos naturales a la continuada duplicación anual de la

enfermedad, y si ésta fuese invariablemente fatal (esto es, si no se hallase un modo de curarla),

todo el mundo moriría de sida, y pronto.

Ahora bien, algunas personas parecen tener una inmunidad natural a este mal. Además, según

el Centro de Enfermedades Transmisibles del Servicio de Sanidad Pública de Estados Unidos, al

principio el crecimiento de la enfermedad en este país estuvo limitado casi exclusivamente a

grupos vulnerables, en buena parte sexualmente aislados del resto de la población (sobre todo

varones homosexuales, hemofílicos y consumidores de drogas por vía parenteral). Si no se

encuentra un remedio para el sida, morirá la mayoría de quienes comparten jeringuillas

hipodérmicas para el empleo de drogas por vía parenteral; no todos, porque existe un pequeño

porcentaje de personas que tiene una resistencia natural, pero sí la mayoría. Cabe decir lo

mismo respecto de los varones homosexuales promiscuos que no toman precauciones; no es

éste, sin embargo, el caso de quienes utilizan convenientemente el preservativo, de quienes

mantienen relaciones monógamas a largo plazo y, una vez más, de la fracción pequeña de los

que son inmunes por naturaleza. Las parejas estrictamente heterosexuales que mantienen una

relación monógama que se remonta a principios de la década de los ochenta, aquellos que

toman las debidas precauciones en la práctica del sexo y quienes no comparten jeringuillas —y

son muchos— están, por así decirlo, resguardados del SIDA. Una vez que se hayan allanado las

curvas de los grupos demográficos de mayor riesgo, otros ocuparán su lugar (ahora, en Estados

Unidos la enfermedad parece estar creciendo entre los jóvenes heterosexuales de uno y otro

sexo, en quienes la pasión se impone a menudo a la prudencia). Muchos morirán, otros tendrán

suerte o poseerán inmunidad natural, algunos se abstendrán, y su grupo será reemplazado por

otro de mayor riesgo, tal vez la próxima generación de varones homosexuales. Cabe esperar

que con el tiempo se allane la curva exponencial, pues ello significaría que la población de la

Tierra no está condenada a morir por esta causa (escaso consuelo para las numerosas víctimas y

sus allegados).

El crecimiento exponencial constituye también la idea crucial que subyace tras la crisis

demográfica mundial. Durante la mayor parte del tiempo en que la Tierra ha estado habitada por

seres humanos, su población ha sido estable, con nacimientos y muertes casi perfectamente

equilibrados. Tal situación recibe el nombre de «estado estacionario». Tras la invención de la

agricultura —incluyendo la siembra y la recolección de aquel trigo cuyos granos ambicionaba el

gran visir— la población humana comenzó a crecer, entrando en una fase exponencial, lo que es

muy diferente de un estado estacionario. Ahora mismo, la población mundial tarda unos

cuarenta años en duplicarse. Al cabo de ese periodo seremos el doble de gente. Como señaló en

1798 el clérigo inglés Thomas Malthus, cualquier incremento concebible en la producción de

alimentos será inútil si la población a la que están destinados crece exponencialmente —Malthus

habló de progresión geométrica—. Contra el desarrollo demográfico exponencial no podrá

ninguna revolución verde, ni la agricultura hidropónica ni el cultivo de los desiertos.

Tampoco existe solución extraterrestre a ese problema. En la actualidad, hay cada día 240.000

nacimientos más que defunciones. Estamos muy lejos de poder enviar al espacio 240.000

personas cada veinticuatro horas. Ningún asentamiento en órbita terrestre, en la Luna o en otros

planetas lograría hacer mella de manera perceptible en la explosión demográfica. Aunque fuese

posible enviar a todos los habitantes de la Tierra a planetas de estrellas lejanas en naves que

viajasen más rápido que la luz, poco cambiaría. Todos los

13

planetas habitables de la Vía Láctea quedarían colmados en cerca de un milenio. A menos que

reduzcamos nuestra tasa de reproducción. Nunca hay que subestimar un crecimiento

exponencial.

En el gráfico de arriba se muestra el crecimiento de la población de la Tierra a lo largo del

tiempo. Nos hallamos claramente en una fase de abrupto crecimiento exponencial (o estamos a

punto de salir de ella). Ahora bien, muchos países (Estados Unidos, Rusia y China, por ejemplo)

han llegado o están llegando a un punto en que su población dejará de crecer y se aproximará a

un estado estacionario. Es lo que se conoce como «crecimiento cero». Incluso así, dado el

enorme poder de los crecimientos exponenciales, basta con que una pequeña fracción de la

comunidad humana siga reproduciéndose exponencialmente para que la situación sea

esencialmente la misma: la población del mundo crecerá de modo exponencial, aunque muchas

naciones estén en una situación de crecimiento cero.

Existe una correlación global bien documentada entre la pobreza y las tasas de natalidad

elevadas. En países grandes y pequeños, capitalistas y comunistas, católicos y musulmanes,

occidentales y orientales, el crecimiento demográfico exponencial se reduce o se detiene en casi

todos los casos cuando desaparece la pobreza extrema. De manera cada vez más apremiante, a

nuestra especie le conviene que cada lugar del planeta alcance a largo plazo esta transición

demográfica. Por esta razón, el contribuir a que otros países consigan hacerse autosuficientes no

es sólo un acto elemental de decencia humana, sino que también redunda en beneficio de las

naciones más ricas en disposición de prestar ayuda. Una de las cuestiones cruciales en la crisis

demográfica mundial es la pobreza.

Resultan interesantes las excepciones a esta transición demográfica. Algunas naciones con

elevadas rentas per cápita todavía tienen tasas de natalidad altas. Pero se trata de países donde

apenas son accesibles los anticonceptivos y/ o las mujeres carecen de todo poder político

efectivo. No es difícil establecer la conexión.

En la actualidad la población mundial asciende a unos 6.000 millones de seres humanos. Si el

periodo de duplicación se mantiene constante, dentro de 40 años habrá 12.000 millones; dentro

14

de 80, 24.000 millones; al cabo de 120 años, 48.000 millones... Sin embargo, pocos creen que

la Tierra pueda dar cabida a tanta gente. Habida cuenta del poder de este incremento

exponencial, abordar ahora el problema de la pobreza global parece más barato y mucho más

humano que cualquier solución que podamos adoptar dentro de muchas décadas. Nuestra tarea

consiste en lograr una transición demográfica mundial y allanar esa curva exponencial (mediante

la eliminación de la pobreza extrema, el logro de métodos anticonceptivos seguros, eficaces y

accesibles a todos y la extensión del poder político real de las mujeres en los ámbitos ejecutivo,

legislativo, judicial, militar y en las instituciones que influyen en la opinión pública). Si

fracasamos, el trabajo lo harán otros procesos que escaparán a nuestro control.

A propósito...

La fisión nuclear fue concebida por vez primera en septiembre de 1933 por un físico húngaro

emigrado a Londres llamado Leo Szilard. Tras preguntarse si el hombre sería capaz de

desencadenar las vastas energías encerradas en el núcleo del átomo, Szilard pensó en lo que

sucedería si se lanzara un neutrón contra un núcleo atómico (al carecer de carga eléctrica, un

neutrón no sería repelido por los protones del núcleo y chocaría directamente contra éste).

Mientras aguardaba a que cambiase un semáforo en un cruce de Southhampton Row, se le

ocurrió que quizás existiera alguna sustancia, algún elemento químico, que escupiese dos

neutrones cuando sufriera el impacto de uno. Cada uno de esos neutrones podría liberar más

neutrones, y de repente Szilard tuvo la visión de una reacción nuclear en cadena, capaz de

producir incrementos exponenciales de neutrones y de destrozar átomos a diestro y siniestro.

Aquella tarde, en su pequeña habitación del hotel Strand Palace, calculó que, en el caso de

conseguir una reacción en cadena controlada, con apenas unos kilos de materia se podría

obtener energía suficiente para cubrir las necesidades de una ciudad pequeña durante todo un

año... o, si la energía se liberaba de repente, para destruirla en el acto. Szilard emigró más

tarde a Estados Unidos, donde inició una búsqueda sistemática entre todos los elementos

químicos

EL CÁLCULO QUE EL REY DEBERÍA HABER EXIGIDO A SU VISIR

No es para asustarse. Se trata de un cálculo muy fácil. Pretendemos averiguar cuántos granos

de trigo correspondían a todo el ajedrez persa.

Una manera elegante (y perfectamente exacta) de calcularlo es la siguiente:

El exponente nos dice cuántas veces tenemos que multiplicar 2 por sí mismo. 22 = 4. 24 = 16.

210 = 1.024, etc. Llamaremos S al número total de granos del tablero de ajedrez, desde 1 en el

primer escaque a 263 en el sexagésimo cuarto. Entonces, sencillamente,

S = 1 + 2 + 22 + 23 +... + 262 + 263

Multiplicando por dos ambos términos de la ecuación, tendremos

2S = 2 + 22 + 23 + 24 +... + 263 + 264

Restando la primera ecuación de la segunda, tenemos

2S-S = S = 264- 1,

que es la respuesta exacta.

¿Cuánto supone esto en una notación ordinaria de base 10? Si 210 se aproxima a 1.000, o 103

(dentro de un 2,4 %), entonces 220 = 2(10X2) = (210)2 = aproximadamente (103)2 = 106, que es

10 multiplicado por sí mismo seis veces. De igual modo, 260 = (210)6 = aproximadamente (103)6

= 1018. Así, 264 = 24 X 260 = aproximadamente 16 X 1018, o 16 seguido de 18 ceros, es decir, 16

trillones de granos. Un cálculo más exacto arroja 18,6 trillones de granos.

para comprobar si alguno despedía más neutrones de los que recibía. El uranio pareció ser un

candidato prometedor. Szilard convenció a Albert Einstein de que escribiese su famosa carta al

presidente Roosevelt, apremiándolo para que Estados Unidos construyese una bomba atómica.

Szilard desempeñó un papel relevante en la primera reacción en cadena del uranio, lograda en

1942 en Chicago, lo que, de hecho, condujo a la bomba atómica. Después de eso pasó el resto

de su vida advirtiendo de los peligros del arma que fue el primero en concebir. Había

descubierto, por otros medios, el poder terrible del crecimiento exponencial.

15

Todo el mundo tiene dos progenitores, cuatro abuelos, ocho bisabuelos, 16 tatarabuelos, etc.

Por cada generación que retrocedamos, tendremos el doble de antepasados directos. Cabe

advertir que este problema guarda mucha semejanza con el del ajedrez persa. Si, por ejemplo,

cada 25 años surge una nueva generación, entonces 64 generaciones atrás serán 64 X 25 =

1.600 años, es decir, justo antes de la caída del imperio romano. De este modo (véase

recuadro) cada uno de los que ahora vivimos tenía en el año 400 unos 18,5 trillones de

antepasados directos..., o así parece. Y eso sin hablar de los parientes colaterales. Ahora bien,

esa cifra supera con creces la población de la Tierra en cualquier época; es muy superior incluso

al número acumulado de seres humanos nacidos a lo largo de toda la historia de nuestra

especie. Algo falla en nuestro cálculo. ¿Qué es? Bueno, hemos supuesto que todos esos

antepasados directos eran personas diferentes. Sin embargo, no es ése el caso. Un mismo

antepasado se encuentra emparentado con nosotros por numerosas vías diferentes. Nos

hallamos vinculados de forma repetida y múltiple con cada uno de nuestros parientes, y

muchísimo más con los antepasados remotos.

Algo parecido sucede con el conjunto de la población humana. Si retrocedemos lo suficiente, dos

personas cualesquiera de la Tierra encontrarán un antepasado común. Siempre que sale elegido

un nuevo presidente de Estados Unidos, alguien —generalmente un inglés— descubre que el

nuevo mandatario está emparentado con la reina o el rey de Inglaterra. Se considera que esta

circunstancia liga a los pueblos de habla inglesa. Cuando dos personas proceden de una misma

nación o cultura, o del mismo rincón del mundo, y sus genealogías están bien trazadas, es

probable que se acabe por descubrir a su último antepasado común. En cualquier caso, las

relaciones están claras: todos los habitantes de la Tierra somos primos.

Los crecimientos exponenciales aparecen también corrientemente asociados al concepto de

«vida media». Un elemento radiactivo «padre» —plutonio, por ejemplo, o radio— se

descompone en otro elemento «hijo», tal vez menos peligroso. Ahora bien, no lo hace de forma

inmediata, sino estadística. Al cabo de cierto tiempo la desintegración ha afectado a la mitad de

los átomos, y a este periodo se le denomina vida media. La mitad de lo que queda se desintegra

en otra vida media, y la mitad del resto en una nueva vida media, etc. Por ejemplo, si la vida

media fuese de un año, la mitad se desintegraría en un año, la mitad de la mitad, o todo menos

un cuarto, desaparecería en dos años, todo menos un octavo en tres años, todo menos una

milésima en 10 años, etc. Los diferentes elementos tienen distintas vidas medias. La vida media

es un criterio básico cuando se trata de decidir qué se hace con los residuos radiactivos de las

centrales nucleares o cuando se considera la lluvia radiactiva en una guerra atómica. Representa

una decadencia exponencial, del mismo modo que el ajedrez persa supone un crecimiento

exponencial.

La desintegración radiactiva es uno de los métodos principales para datar el pasado. Si podemos

medir en una muestra la cantidad de material radiactivo padre y la cantidad de material hijo

producto de la desintegración, cabe determinar la antigüedad de esa muestra. Es así como

hemos descubierto que el llamado Santo Sudario de Turín no es la sábana con que se envolvió el

cuerpo de Jesús, sino un engaño piadoso del siglo XIV (cuando fue denunciado como tal por las

autoridades eclesiásticas), que los seres humanos prendían hogueras hace millones de años, que

los fósiles más antiguos de la Tierra tienen al menos 3.500 millones de años, y que la edad de

nuestro planeta es de 4.600 millones de años. El cosmos es, desde luego, miles de millones de

años más viejo. Cuando uno comprende los crecimientos exponenciales, tiene en sus manos la

clave de muchos de los secretos del universo.

Conocer algo de forma meramente cualitativa es conocerlo de manera vaga. Si tenemos

conocimiento cuantitativo —captando alguna medida numérica que lo distinga de un número

infinito de otras posibilidades— estamos comenzando a conocerlo en profundidad,

comprendemos algo de su belleza y accedemos a su poder y al conocimiento que proporciona. El

miedo a la cuantificación supone limitarse, renunciar a una de las perspectivas más firmes para

entender y cambiar el mundo.