RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CRECIMIENTO DE UNA POBLACIÓN BACTERIAS Y VIRUS QUE SIGUEN UN PATRÓN DE CRECIMIENTO SEGÚN UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL

$$N=No\cdot a^{t/tr}$$

Número de individuos= población inicial·(ritmo de crecimiento)$^{\text{tiempo transcurrido/tiempo que tarda la población en aumentar su población según su ritmo}}$

$N=No\cdot a^{t}$

N= población de individuos

No=población inicial

a= ritmo de crecimiento

t= tiempo transcurrido

tr= tiempo que tarda una población en aumentar su población según dicho ritmo

EJEMPLOS

1) El crecimiento de un cultivo de bacterias es tal que a cada hora se duplica el número de las mismas. En estas condiciones había 1000 bacterias al iniciar el experimento. ¿Cuántas bacterias habrá en el cultivo cuando transcurra un día (=24 horas)?

$N=No\cdot a^{t}$

N= ¿?

No=1000

a = 2 (se duplica)

t= 24 horas

tr= 1 hora

$N=1000\cdot 2^{24/1}$

N=1000·16777216

$\boxed{N=16.777.216.000}$

Solución: Transcurridos 24hrs habrá 16.777.216.000 de bacterias

2) El crecimiento de un cultivo de bacterias es tal que a cada 60 minutos se cuadriplica el número de las mismas. Si había 500 bacterias al iniciar el experimento y estas condiciones no varían. Halla la fórmula general para esta situación y halla posteriormente cuantas bacterias habrá transcurrido 2 horas.

$N=No\cdot a^{t/tr}$

N= ¿?

No=500

$a=4$

t= 2 horas=120 minutos

tr=20 minutos

$N=500\cdot 4^{120/20}$

$N=500\cdot 4^{6}$

$N=500\cdot 4096$

$\boxed{N=2048000}$

Solución: Transcurridos 2 hrs (=120 minutos) habrá 2.048.000 de bacterias en el cultivo

3) El tamaño de cierto cultivo de bacterias se multiplica por 2 cada 30 minutos. Si suponemos que el cultivo tiene inicialmente 5 millones de bacterias, ¿cuántas bacterias habrá transcurrido 3 horas?

$N=No\cdot a^{t/tr}$

N= ¿?

No=5.000.000

$a=2$

t= 3 horas=180 minutos

tr=30 minutos

$N=5000000\cdot 2^{180/30}$

$N=5000000\cdot 2^{6}$

$N=5000000\cdot 64$

$\boxed{N=320.000.000}$

Solución: Transcurridos 3 hrs (=180 minutos) habrá 320.000.000 de bacterias en el cultivo

4) El tamaño de cierto cultivo de bacterias se multiplica por 2 cada 20 minutos. Si suponemos que el cultivo tiene inicialmente 9 millones de bacterias, ¿cuántas bacterias habrá transcurrido 5 horas?

$N=No\cdot a^{t/tr}$

N= ¿?

No=9.000.000

$a = 2$

t= 5 horas=300 minutos

tr=20 minutos

$N=9000000\cdot 2^{300/20}$

$N=9000000\cdot 2^{15}$

$N=9000000\cdot 32768$

$\boxed{N=294.912.000.000}$

Solución: Transcurridos 5 hrs (=300 minutos) habrá 294.912.000.000 de bacterias en el cultivo

5) Un país tiene una población de 12 millones de habitantes y se espera que se duplique en 20 años. Calcula cuantos habitantes habrá.

$N=No\cdot a^{t/tr}$

N= ¿?

No=12.000.000

$a = 2$

t= 20 años

tr=20 años

$N=12000000 \cdot 2^{20/20}$

$N=12000000 \cdot 2^{1}$

$N=12000000 \cdot 2$

$\boxed{N=24.000.000}$

Solución: Transcurridos 20 años habrá 24.000.000 de personas en ese país.

6) Macarena está estudiando el crecimiento de una población de insectos. Durante la primer semana hay 500 insectos, la segunda semana hay 1500 y las semanas siguientes se sigue triplicando la población. Escribe una fórmula general para el problema. ¿Cuántos insectos habrá para sexta semana?

$N=No \cdot a^{t/tr}$

N= ¿?

No= 500 (1º semana) + 1500 (2º semana)= 2.000

$a = 3$

t= 4 semanas

tr=1 semana

$N=2000 \cdot 3^{4/1}$

$N=2000 \cdot 3^{4}$

$N=2000 \cdot 81$

$\boxed{N=162.000.000}$

Solución: Transcurridos 4 semanas (la sexta semana desde que empezó a triplicarse) habrá 162.000.000 insectos.

7) Sabemos que una población inicial de 2000 virus de una especie africana sigue el siguiente patrón de crecimiento $N= 2000 \cdot 3^{t}$. Si la población final de virus es de 1.000.000 y nos piden que averigüemos el tiempo que han tardado los virus en alcanzar ese tamaño deberemos resolver una ecuación exponencial (¿Por qué es una ecuación? Porque nuestra incógnita, t, no está despejada. ¡¡Ojo!! Ahora nos preguntan justo lo contrario; es decir nos dan N y nos piden que averigüemos t.

$N=No \cdot a^{t/tr}$

N= 1000000

No= 2000

$a = 3$

t= ¿? horas

tr=1

$1000000=2000 \cdot 3^t$

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una ecuación por el mismo número la ecuación no cambia. Luego si divido por 2000 me queda la siguiente ecuación

$500 = 3^t$

Ahora tengo que despejar la incógnita del exponente, ¿cómo lo hago?

La operación que permite despejar una incógnita de un exponente se denomina logaritmo y se representa como log.

En este caso, el logaritmo se escribe: $t = \log_3 500$ y se lee "logaritmo en base 3 de 500".

Representa el número al que hay que elevar 3 para que dé de resultado 500.

$\boxed{t=5{,}65678 \text{ horas}}$

lo hacemos con la calculadora tecleando:

500 

3 

Obteniendo como resultado: **5,65678... horas.**

La operación que acabas de hacer en la calculadora se puede escribir empleando el lenguaje de las Matemáticas:

$$t = \log_3 500 = \frac{\log_{10} 500}{\log_{10} 3}$$