**INTEGRAL INDEFINIDA:**

Integral indefinida es el conjunto de las infinitas primitivas que puede tener una función.

Se representa por ∫ f(x) dx.

Se lee : integral de f de x diferencial de x.

∫ es el signo de integración.

f(x) es el integrando o función a integrar.

dx es diferencial de x, e indica cuál es la variable de la función que se integra.

C es la constante de integración y puede tomar cualquier valor numérico real.

Si F(x) es una primitiva de f(x) se tiene que:

∫ f(x) dx = F(x) + C

Para comprobar que la primitiva de una función es correcta basta con derivar.

**Propiedades de la integral indefinida**

1. La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales de esas funciones.

∫[f(x) + g(x)] dx =∫ f(x) dx +∫ g(x) dx

2. La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función.

∫ k f(x) dx = k ∫f(x) dx

**INTEGRACION**

**Integrar** es el proceso recíproco del de **derivar**, es decir, dada una función **f(x)**, busca aquellas funciones **F(x)** que al ser derivadas conducen a **f(x)**.

Se dice, entonces, que **F(x) es una primitiva o antiderivada de f(x)**; dicho de otro modo las **primitivas de f(x)**son las **funciones derivables F(x)** tales que:

**F'(x) = f(x)**.

Si una función f(x) tiene primitiva, tiene **infinitas primitivas**, diferenciándose todas ellas en una **constante**.

**[F(x) + C]' = F'(x) + 0 = F'(x) = f(x)**

### Linealidad de la integral indefinida

La primitiva es lineal, es decir:

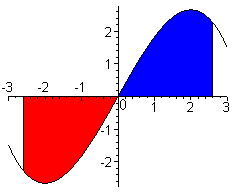
1. Si *f* es una función que admite una primitiva *F* sobre un intervalo *I*, entonces para todo real *k*, una primitiva de *kf* sobre el intervalo *I* es *kF*.
2. Si *F* y *G* son primitivas respectivas de dos funciones *f* y *g*, entonces una primitiva de *f* + *g* es *F* + *G*.

La linealidad se puede expresar como sigue:

{\displaystyle \int (k\cdot f\left(x\right)+l\cdot g\left(x\right))=k\cdot \int {f\left(x\right)}+l\cdot \int {g\left(x\right)}}

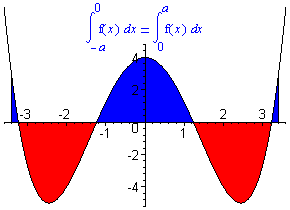
### La primitiva de una función impar es siempre par

En efecto, como se ve en la figura siguiente, las áreas antes y después de cero son opuestas, lo que implica que la integral entre -*a* y *a* es nula, lo que se escribe así: *F*(*a*) - *F*(-*a*) = 0, *F* siendo una primitiva de *f*, [impar](https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_impar). Por lo tanto siempre tenemos *F*(-*a*) = *F*(*a*): *F* es [par](https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_par).

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Integral_de_funci%C3%B3n_impar.png)

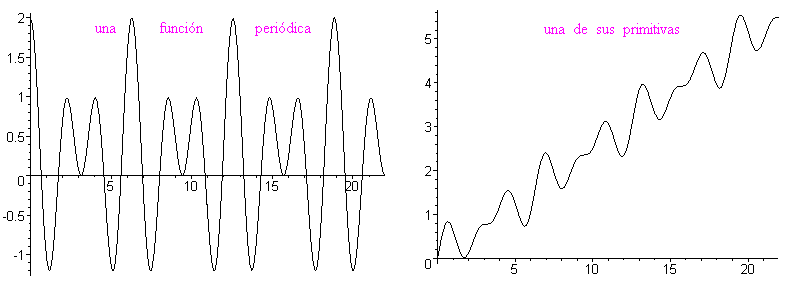
### La primitiva *F* de una función *f* par es impar con tal de imponerse *F*(0) = 0

En efecto, según la figura, las áreas antes y después de cero son iguales, lo que se escribe con la siguiente igualdad de integrales:

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Integral_de_funci%C3%B3n_par.png)

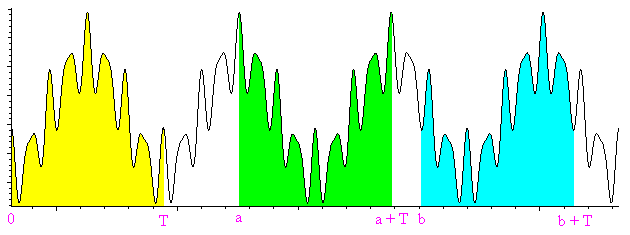
Es decir *F*(0) - *F*(-*a*) = *F*(*a*) - *F*(0). Si *F*(0) = 0, *F*(-*a*) = - *F*(*a*): *F* es impar.

### La primitiva de una función periódica es la suma de una función lineal y de una función periódica.

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Primitiva_de_una_funci%C3%B3n_peri%C3%B3dica.png)

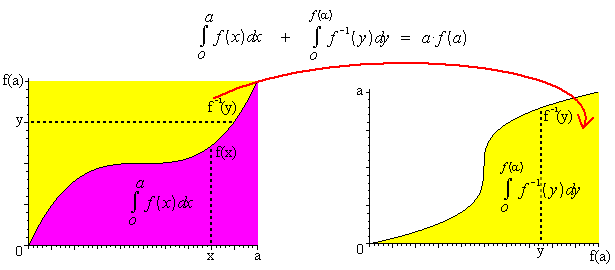
Para probarlo, hay que constatar que el área bajo una curva de una función periódica, entre las abcisas *x* y *x* + *T* (*T* es el período) es constante es decir no depende de *x*. La figura siguiente muestra tres áreas iguales. Se puede mostrar utilizando la periodicidad y la relación de Chasles, o sencillamente ¡con unas tijeras! (cortando y superponiendo las áreas de color).

En término de primitiva, significa que *F*(*x* + *T*) - *F*(*x*) es una constante, que se puede llamar *A*. Entonces la función *G*(*x*) = *F*(*x*) - *Ax*/*T* es periódica de período *T*. En efecto *G*(*x* + *T*) = *F*(*x* + *T*) - *A*(*x* + *T*)/*T* = *F*(*x*) + *A* - *Ax*/*T* - *AT*/*T* = *F*(*x*) - *Ax*/*T* = *G*(*x*). Por consiguiente *F*(*x*) = *G*(*x*) + *Ax*/*T* es la suma de *G*, periódica, y de *Ax*/*T*, lineal.

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Funci%C3%B3n_peri%C3%B3dica_area_constante.png)

### Relación entre la integral de una función y la de su inversa

Para simplificar, se impone *f*(0) = 0; *a* es un número cualquiera del dominio de *f*. Entonces tenemos la relación:

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Integral_de_la_rec%C3%ADproca.png)

El área morada es la integral de *f*, el área amarilla es la de f-1, y la suma es el rectángulo cuyos costados miden *a* y *f*(*a*) (valores algebraicos). Se pasa de la primera curva, la de *f*, a la segunda, la de *f*-1 aplicando la simetría axial alrededor de la diagonal *y* = *x*.

El interés de esta fórmula es permitir el cálculo de la integral de *f*-1 sin conocer una primitiva; de hecho, ni hace falta conocer la expresión de la [recíproca](https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_rec%C3%ADproca).