

## 1. INTRODUCCIÓN A LA GEODESIA

La Geodesia se ocupa del estudio y la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra. Proporciona los métodos necesarios para determinar las posiciones de una serie de puntos (vértices) distribuidos por toda la zona objeto de sus trabajos y a partir de las cuales se puede deducir la forma de ésta. Estos puntos pueden servir también de apoyo a los trabajos topográficos.

Según los métodos aplicados podemos dividir la Geodesia en distintas ramas:

- **Astronomía Geodésica:** Permite calcular, mediante observaciones astronómicas, las coordenadas geográficas y la dirección de la meridiana en un punto.
- **Geodesia clásica o geométrica:** Emplea el elipsoide como superficie de referencia, midiendo ángulos y distancias y resolviendo triángulos elipsoídicos. Resuelve la forma y dimensiones sobre dicha superficie.
- **Geodesia física o dinámica:** Estudia el campo gravitatorio, partiendo de mediciones gravimétricas. Permite conocer la forma pero no las dimensiones. Por eso es necesario que se apoye en puntos obtenidos mediante otras ramas de la Geodesia.
- **Geodesia espacial o tridimensional:** Utiliza satélites espaciales para determinar las coordenadas. Trata el problema de la forma y dimensiones de la Tierra en un sistema de referencia cartesiano tridimensional, en el que el elipsoide sólo será una superficie auxiliar sobre la que recalculan las coordenadas geográficas.

### 1.1.- GEOIDE Y ELIPSOIDE

Si prolongásemos el nivel medio del agua de los mares por debajo de los continentes, obtendríamos una superficie equipotencial que se denomina *geoide*. Esta figura se admite como forma real de la Tierra, pero tiene el inconveniente de ser irregular, lo que la hace inapropiada para adoptarla como superficie de referencia. El geoide se toma como origen de altitudes ortométricas y es normal a todas las líneas de fuerza del campo gravitatorio terrestre. La determinación del geoide se convierte así en uno de los objetivos fundamentales de la Geodesia y en concreto de la rama física o dinámica, a partir de datos gravimétricos.

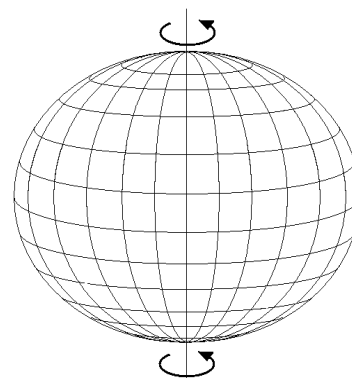


Fig. 1.1. Elipsoide de revolución

Como superficie de referencia para los trabajos geodésicos se adopta el *elipsoide de revolución*, figura obtenida al hacer girar una elipse en torno a su eje

menor (figura 1.1). De entre los infinitos elipsoides posibles conviene elegir aquel que mejor se adapte al geode ya que, como es lógico, ninguno de ellos va a coincidir exactamente con éste. Ésa es la razón de que, a lo largo del tiempo, se hayan empleado distintos elipsoides, que se adaptan mejor a una u otra parte de la Tierra, y que, en la actualidad, están siendo sustituidos por sistemas globales válidos para toda ella.

Un elipsoide queda definido por sus semiejes  $a$  y  $b$ . Para su empleo como superficie de referencia es preciso, además de sus dimensiones, especificar su posición con relación al geode.

## 1.2.- ELEMENTOS DEL ELIPSOIDE; SISTEMAS DE COORDENADAS

Las intersecciones del eje menor del elipsoide, o *eje polar*, con la superficie de éste se denominan *polos*. La sección producida en el elipsoide por un plano que contenga al eje menor del mismo se llama *meridiano*. Los meridianos, por tanto, pasan por los polos y tienen forma de elipse. La sección producida en el elipsoide por un plano perpendicular a su eje menor se denomina *paralelo*. Los paralelos son circunferencias. El paralelo mayor, correspondiente al plano que pasa por el centro del elipsoide, se denomina *Ecuador*.

Sea  $a$  el semieje mayor de la elipse meridiana y  $b$  el semieje menor. Se denomina *aplanamiento*, o *achatamiento*, al valor:

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

La ecuación de la elipse meridiana en un sistema plano de ejes, en el que el eje X corresponde al eje mayor de la elipse y el Y al menor, será:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

La ecuación del elipsoide en un sistema tridimensional en el que el eje Z corresponda al eje menor (figura 1.8), será:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

Las coordenadas geográficas elipsoidales, o geodésicas, permiten situar un punto  $P$  sobre la superficie del elipsoide:

- *Longitud geográfica* es el ángulo ( $\lambda$ ), expresado en grados sexagesimales, formado por el plano del meridiano origen y el del meridiano que pasa por el punto  $P$ , o *meridiano del lugar* (figura 1.2). Las longitudes se cuentan a ambos lados del meridiano origen, siendo positivas al Este y negativas al Oeste. En España, desde finales de los 60, se adoptó como meridiano origen el de *Greenwich*.

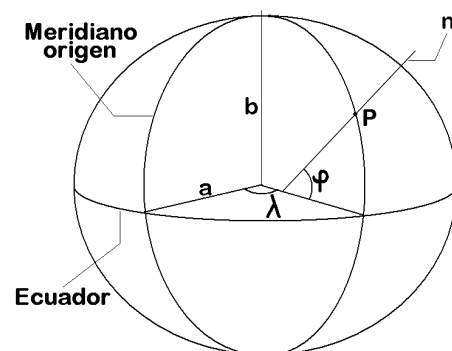


Fig. 1.2. Coordenadas geográficas

- *Latitud geográfica* es el ángulo ( $\varphi$ ), expresado en grados sexagesimales, formado por la normal  $n$  al elipsoide desde el punto  $P$  y el plano ecuatorial (figura 1.2). Nótese que dicha normal no pasa por el centro del elipsoide y sí por el eje polar. La latitud puede ser norte o sur, según dicho punto esté situado en el hemisferio norte o sur.

Se denomina *latitud geocéntrica*  $\varphi'$  a la referida al centro del elipsoide (figura 1.3). La relación entre las latitudes geográfica y geocéntrica de un punto  $P$  viene dada por la expresión:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \varphi'$$

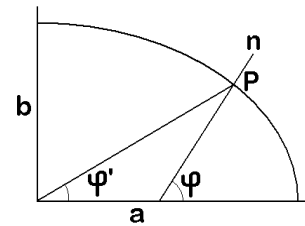


Fig. 1.3. Latitud geográfica  $\varphi$  y latitud geocéntrica  $\varphi'$

La *latitud reducida* se define trazando una semicircunferencia de radio igual a  $a$  y haciendo pasar por  $P$  una perpendicular al semieje mayor (figura 1.4). El punto en el que ésta corta a la semicircunferencia se une con el centro, obteniendo el ángulo  $\beta$ , que es la latitud reducida. La relación entre las latitudes geográfica y reducida viene dada por la expresión:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \beta$$

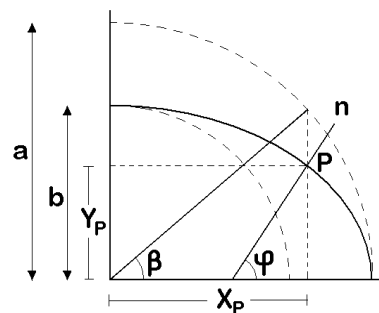


Fig. 1.4. Latitud geográfica  $\varphi$  y latitud reducida  $\beta$

Como se observa en la figura 1.4, las coordenadas planas del punto  $P$  referidas a un sistema de ejes cartesianos coincidentes con los semiejes de la elipse, son:

$$x_p = a \cos \beta \quad y_p = b \operatorname{sen} \beta$$

### 1.3.- ORIENTACIÓN GEODÉSICA Y CONVERGENCIA DE MERIDIANOS

Además de las coordenadas geográficas, necesitamos en Geodesia conocer la orientación en cada vértice, es decir, la dirección en que se sitúan los polos geográficos Norte y Sur. La orientación se materializa por la recta intersección del plano tangente al elipsoide en el vértice y el plano meridiano (plano que contiene al eje de la Tierra) que pasa por él. Esta intersección se llama *meridiana* (figura 1.5) y a ella se refiere la orientación de cualquier alineación que contenga al vértice.

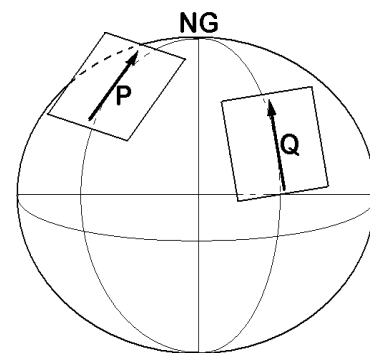


Fig. 1.5. Meridiana

El ángulo formado por una alineación y la meridiana se llama *acimut*. Los acimutes geodésicos se cuentan a partir del Sur y en el sentido creciente de las agujas del reloj, como el  $A_p^Q$  de la figura 1.6. Los acimutes topográficos (como el  $\theta_p^Q$ ), en cambio, se cuentan a partir del Norte y en el mismo sentido que los geodésicos, por lo que difieren de estos en  $\pm 180^\circ$  (ó  $200^\circ$ ).

Las meridianas en dos puntos distintos  $P$  y  $Q$  no son paralelas, existiendo una diferencia angular  $\omega$ , llamada *convergencia de meridianos*, debida a que los planos meridianos no son paralelos, sino que se cortan en el eje polar (figura 1.6). El valor de la convergencia de meridianos depende de las posiciones relativas de ambos puntos. Así, la relación entre los acimutes *recíprocos* de una determinada alineación, como la  $P$ - $Q$ , será:

$$A_P^Q = A_Q^P \pm \omega \pm 180^\circ \quad (\omega \pm 200^g)$$

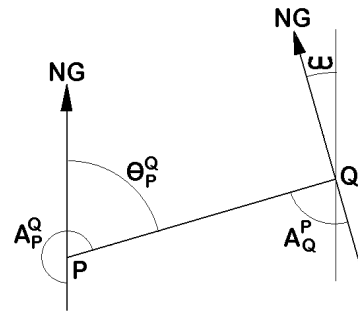


Fig. 1.6. Acimutes y convergencia de meridianos

La expresión siguiente, que permite calcular de forma aproximada la convergencia de meridianos a partir de las coordenadas geográficas de dos puntos  $P$  y  $Q$ , puede aplicarse en el marco de la triangulación geodésica de tercer orden (distancias inferiores a 10km):

$$\omega = (\lambda_Q - \lambda_P) \operatorname{sen} \frac{\varphi_P + \varphi_Q}{2}$$

#### 1.4.- SISTEMAS DE REFERENCIA Y MARCOS DE REFERENCIA GEODÉSICOS

Como sabemos, los trabajos geodésicos requieren el posicionamiento de puntos en la superficie de la Tierra y la determinación precisa de sus coordenadas. Naturalmente, los valores de las coordenadas que definen un punto van a depender del sistema al cual están referidas, que debe estar claramente definido. Un *sistema de referencia geodésico*, o *Datum*, es la definición completa de los parámetros empleados para establecer las coordenadas de cualquier punto de la Tierra de forma inequívoca.

La Geodesia clásica ha empleado sistemas de referencia *locales*, cuyo ámbito de aplicación está restringido a una determinada zona o territorio. Estos sistemas están definidos por:

- un elipsoide de referencia, del que se indican sus dimensiones
- un *punto fundamental* en el que se hace coincidir la vertical del lugar con la normal al elipsoide. Generalmente, también se establece la condición de tangencia entre elipsoide y geoide
- un meridiano de referencia, origen de las longitudes geográficas

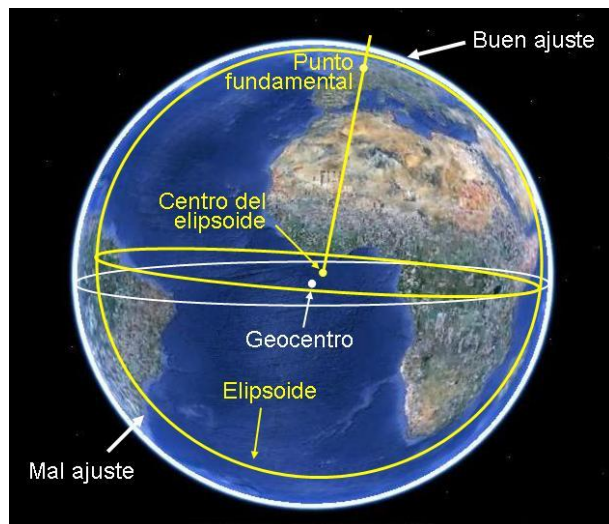


Fig. 1.7. Sistema de referencia local: ED50

Un elipsoide situado de esta manera se adapta bien al geoide en una zona más o menos amplia, centrada en el punto fundamental, pero se adaptará peor cuanto más nos alejemos de éste (figura 1.7). Los datums clásicos se definieron con el objetivo de buscar un buen ajuste sólo en un territorio determinado (un país, un continente), lo que resultaba suficiente para las necesidades geodésicas y cartográficas de ciertas épocas.

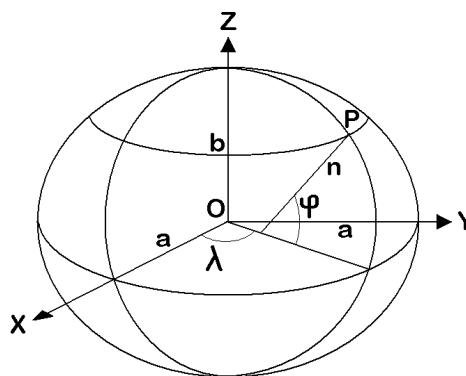


Fig. 1.8. Sistema de referencia global

En la actualidad se precisa el empleo de sistemas de referencia globales, que puedan ser empleados en toda la Tierra y servir de base, adecuadamente, a los sistemas de navegación por satélite. Se trata de sistemas de coordenadas cartesianas tridimensionales, cuyo centro se sitúa en el centro de masas del planeta. El eje Z coincide aproximadamente con el eje de rotación de la Tierra, el eje X es perpendicular a él y se sitúa en el plano correspondiente al meridiano de referencia y el eje Y es perpendicular a ambos (figura 1.8). Para definir las coordenadas geográficas se asocia al sistema un elipsoide, cuyo centro se hace coincidir con el origen de coordenadas cartesianas, definido por sus semiejes.

España adoptó en 1970 el denominado ED50 como sistema oficial. Se trata de un sistema de referencia local, de ámbito europeo, que sustituyó a otro más antiguo y de ámbito aun más restringido, el Datum Madrid con elipsoide de Struve. Posteriormente, el RD 1071/2007, de 27 de julio, por el que se regula el sistema geodésico de referencia oficial en España, estableció lo siguiente:

- Se adopta el sistema ETRS89 como sistema de referencia geodésico oficial en España. Tiene asociado el elipsoide GRS80 y está materializado por el marco que define la Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales, REGENTE, y sus densificaciones.
- Se tomará como referencia de altitudes los registros del nivel medio del mar en Alicante. El sistema está materializado por las líneas de la Red de Nivelación de Alta Precisión (REDNAP).

Como consecuencia, la cartografía española deberá adaptarse al nuevo sistema de referencia en los términos y plazos establecidos en el Real Decreto. Eso supone compilarla y publicarla en el nuevo sistema a partir de 2015, pudiendo, hasta entonces, emplearse cualquiera de los dos sistemas, siempre que la producida en ED50 contenga la referencia a ETRS89. Los métodos para transformar al nuevo sistema las coordenadas referidas a los sistemas antiguos serán establecidos y hechos públicos por el Consejo Superior Geográfico en su página web ubicada en el portal [www.fomento.es](http://www.fomento.es).

A continuación, se definen brevemente estos y otros sistemas de referencia geodésicos que conviene conocer.

### **ED-50 (*European Datum 1950*)**

Emplea el elipsoide Hayford de 1909, también conocido como Internacional de 1924, y cuyas características son:

- Semieje mayor:  $a = 6.378.388m$
- Aplanamiento:  $(a-b)/a = 1/297$
- Punto fundamental: Potsdam (Alemania). Origen de longitudes: meridiano de Greenwich. Origen de latitudes: el Ecuador.

Las coordenadas geográficas se transforman en coordenadas planas mediante la proyección cartográfica UTM. Las altitudes se refieren al geoide (ortométricas).

### **WGS84 (*World Geodetic System 1984*)**

Sistema de referencia utilizado por la tecnología GPS. Su elipsoide asociado es el WGS84, cuyas características son:

- Semieje mayor:  $a = 6.378.137m$
- Aplanamiento:  $(a-b)/a = 1/298,257223563$

Es un sistema cartesiano centrado en el centro de masas de la Tierra (o geocentro). Las altitudes están referidas al elipsoide WGS84.

### **ITRS (*International Terrestrial Reference System*)**

Es un sistema de referencia geodésico dentro del contexto de la teoría de la relatividad. Es válido para la Tierra y espacio próximo. Su elipsoide asociado es el GRS80, cuyas características son:

- Semieje mayor:  $a = 6.378.137m$
- Aplanamiento:  $(a-b)/a = 1/298,2572221008827$

Se puede observar que los parámetros que definen el elipsoide WGS84 son muy similares a los del GRS80 lo que, a nivel usuario, los hace prácticamente equivalentes. Es un sistema cartesiano centrado en el centro de masas de la Tierra. Las altitudes están referidas al elipsoide GRS80.

### **ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*)**

Es un sistema ligado a la parte estable de la placa continental europea y se ha adoptado para evitar variaciones en las coordenadas provocadas por la deriva continental. Su elipsoide asociado es el GRS80.

### **Datum Madrid**

Sistema empleado por la proyección Lambert. Su elipsoide asociado es el de Struve (1860):

- Semieje mayor:  $a = 6.378.298,30m$
- Aplanamiento:  $(a-b)/a = 1/295$

El punto fundamental era el observatorio de Madrid y el origen de longitudes era el meridiano que pasa por ese observatorio.

Para materializar un sistema de referencia geodésico determinado y poder aplicarlo en la práctica, se requiere lo que se denomina un *marco de referencia*. Se trata de un conjunto, suficientemente denso, de puntos marcados en el terreno cuyas

coordenadas han sido calculadas en el correspondiente sistema de referencia. A partir de ellos, será posible georreferenciar cualquier trabajo geodésico o cartográfico realizado en el territorio ocupado por la red de puntos.

El marco de referencia del sistema ED50 está constituido por la red clásica de vértices geodésicos (más de *11.000*) materializados en el terreno y cuyas coordenadas están referidas al elipsoide Hayford. Esta red de vértices se denomina *Red de Orden Inferior (ROI)*.

El proyecto REGENTE (*Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales*) estableció el marco de referencia en España para el sistema ETRS89. La red se completó en 2001 y está constituida por más de *1.000* estaciones, elegidas de manera que exista una, al menos, por cada hoja del Mapa Topográfico Nacional *1:50.000*. Estas estaciones se hacen coincidir con vértices de la red clásica, lo que permite disponer de una serie de puntos cuyas coordenadas están referidas a ambos sistemas (ED50 y ETRS89).

El Instituto Geográfico Nacional viene desarrollando, desde 1988, una red de estaciones permanentes GNSS denominada ERGNSS (Estaciones de Referencia GNSS). Esta red está integrada en el sistema internacional ITRF (International Terrestrial Reference Frame).

## 2. CÁLCULOS GEODÉSICOS

Sea  $a$  el semieje mayor de la elipse meridiana y  $b$  el semieje menor. A partir de sus valores se obtienen los siguientes parámetros de la elipse:

- Aplanamiento o achatamiento:  $\alpha = \frac{a-b}{a}$
- Primera excentricidad:  $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$
- Segunda excentricidad:  $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$
- Excentricidad lineal:  $\varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}$

### 2.1.- DESVIACIÓN DE LA VERTICAL. ÁNGULO RADIAL DE LA VERTICAL

Prolongando la normal  $n$  al elipsoide en el punto  $P$  hasta cortar al eje polar en  $Q$ , obtenemos la *gran normal*  $PQ$  o vertical geodésica (figura 2.1). Como hemos visto, el ángulo formado por esta recta y el plano ecuatorial es la latitud geodésica  $\varphi$ .

Se denomina *vertical*, o *vertical astronómica*, a la dirección de la plomada en cada punto,  $PP'$ . Corresponde a la resultante de las fuerzas de atracción, debida a la masa terrestre y dirigida hacia el centro de masas, y centrífuga, debida a la rotación de la Tierra y que sigue la dirección del radio del paralelo. En el Ecuador y en los polos la dirección de la plomada es la del radio central terrestre, mientras que en los restantes puntos de la Tierra forma con éste un ángulo  $OPP'$  que se denomina *ángulo radial de la vertical* y alcanza su valor máximo (unos 11 minutos) a los 45° de latitud. El ángulo  $L$  de la figura 2.1, formado por la vertical astronómica y el plano ecuatorial, sería la *latitud astronómica*, que no hay que confundir con la geodésica.

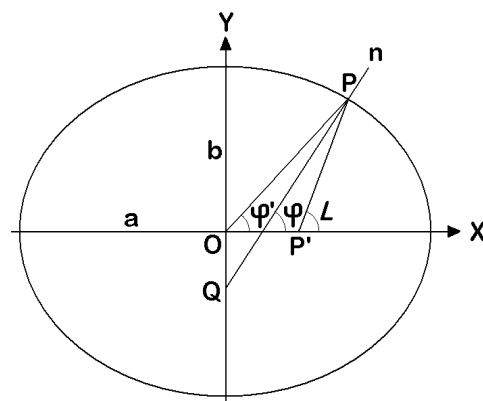


Fig. 2.1. Desviación de la vertical

El ángulo  $QPP'$ , formado por la gran normal  $PQ$  y por la vertical astronómica  $PP'$ , recibe el nombre de *desviación de la vertical* y alcanza el valor de algunos segundos. Este sería el ángulo formado por un punto de la Tierra y sus proyecciones sobre el elipsoide (mediante Geodesia clásica) y sobre el geoide (mediante Astronomía Geodésica).



## 2.2.- RADIOS DE CURVATURA DEL ELIPSOIDE

Para los trabajos cartográficos será necesario conocer los radios de curvatura principales del elipsoide en la zona que se considere. En un punto dado  $P$  estos radios de curvatura son los de las dos secciones del elipsoide, perpendiculares entre sí, que tienen curvaturas mínima y máxima, respectivamente. Los radios de curvatura de todas las restantes secciones posibles, trazadas por  $P$ , adoptarán valores intermedios entre esos dos.

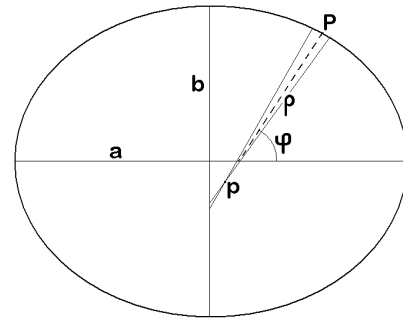


Fig. 2.2. Radio de curvatura de la elipse meridiana

Una de estas secciones es la intersección con el elipsoide del plano que contiene al eje polar y que pasa por  $P$ , es decir la propia elipse meridiana. Si se trazan las normales por los dos extremos de un arco de la elipse, estos se cortarán en un punto  $p$  (figura 2.2). Cuando el arco tiende a cero, el punto intersección tendrá un límite denominado *centro de curvatura de la elipse meridiana*. El valor del radio de curvatura en  $P$  depende de la latitud geográfica del punto  $P$  y se calcula:

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{3/2}}$$

siendo  $e$  la primera excentricidad y  $\varphi$  la latitud del punto.

La otra sección principal corresponde a la intersección del elipsoide con el plano que contiene a la gran normal y es perpendicular al plano meridiano que pasa por  $P$ . Siendo  $PQ$  la gran normal (figura 2.1) el radio de curvatura correspondiente será  $N=PQ$ . También depende de la latitud de  $P$  y se calcula:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{1/2}}$$

Como hemos visto, los radios de curvatura principales sólo dependen de la latitud geográfica de  $P$ . Por lo tanto, estos radios tienen los mismos valores en todos los puntos de un mismo paralelo.

Los radios de curvatura principales son iguales en los polos y en el Ecuador y valen:

$$N_0 = a \quad \rho_0 = \frac{b^2}{a^2}$$

Se denomina *esfera local* a la que tiene más puntos de contacto con la superficie del elipsoide en torno a  $P$ . Su radio es la media geométrica entre los de la gran normal y la elipse meridiana en  $P$ :

$$R_L = \sqrt{\rho N}$$

El radio de curvatura del paralelo que pasa por  $P$  se calcula (véase 2.3):

$$R_P = N \cos \varphi$$

### 2.3.- VALOR LINEAL DE LOS ARCOS DE PARALELO Y DE MERIDIANO

Como se verá más adelante, los perímetros de los registros mineros están constituidos por arcos de meridiano y de paralelo cuyos valores lineales debemos conocer.

Para determinar el valor lineal de un arco de paralelo se calcula previamente el radio de éste. El radio del paralelo que pasa por  $P$  (figura 2.3) es  $O'P$ , cateto del triángulo rectángulo  $O'PQ$  en el que  $PQ=N$  es la gran normal. Según se deduce de la figura 2.3:

$$R_P = N \operatorname{sen}(90^\circ - \varphi_P) = N \cos \varphi_P$$

siendo  $\varphi_P$  la latitud del punto  $P$ .

El valor angular del arco de paralelo será la diferencia de longitudes geográficas de sus extremos  $P$  y  $R$ , es decir  $\lambda_P - \lambda_R$  (figura 2.3). Si tenemos en cuenta que la longitud total del paralelo es  $\widehat{L} = 2\pi R_P$ , será:

$$P\widehat{R} = \frac{2\pi R_P (\lambda_P - \lambda_R)''}{360\ 60\ 60} = \frac{R_P (\lambda_P - \lambda_R)''}{r}$$

$(\lambda_P - \lambda_R)''$  es la diferencia de longitudes expresada en segundos y  $r$  el número de segundos de un radián ( $r=206.265$ ).

Para calcular el valor lineal de un arco de meridiano habría que integrar el radio de curvatura de la elipse meridiana entre sus límites. En nuestro caso, para calcularlo entre dos puntos  $P$  y  $S$  relativamente próximos, bastará con considerar el arco de una circunferencia cuyo radio sea el de la elipse meridiana para una latitud intermedia entre las de ambos puntos  $(\varphi_P + \varphi_S)/2$ . Tal como se vio más arriba:

$$P\widehat{S} = \frac{2\pi \rho (\varphi_P - \varphi_S)''}{360\ 60\ 60} = \frac{\rho (\varphi_P - \varphi_S)''}{r}$$

siendo  $(\varphi_P - \varphi_S)''$  la diferencia de latitudes geográficas expresada en segundos y  $\rho$  el radio de curvatura de la elipse meridiana correspondiente a la latitud media.

### 2.4.- CORRECCIONES PARA REDUCIR AL ELIPSOIDE LAS DISTANCIAS MEDIDAS

Las mediciones de ángulos y distancias se realizan sobre el terreno. En casos en que se requiera gran precisión, o bajo determinadas circunstancias especiales, será preciso reducirlas al elipsoide. La reducción para las medidas angulares es insignificante, incluso en distancias grandes (25-30km), por lo que prescindiremos de ella.

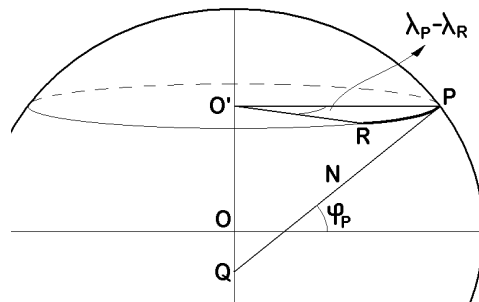


Fig. 2.3. Valor lineal de un arco de paralelo

Para las distancias, la reducción al elipsoide suele hacerse en tres etapas, que se desarrollan a continuación. Si la medición va a realizarse por métodos electrónicos, que es el procedimiento normal, es importante que antes de medir se hayan introducido todas las correcciones propias de este sistema y, especialmente, la corrección atmosférica.

#### 2.4.1- Reducción al horizonte medio

Supongamos una distancia natural  $D$  medida entre dos puntos de diferente altitud  $A$  y  $B$  (figura 2.4). Esta corrección permite obtener la distancia reducida  $D_1$  a una altitud media entre las de los dos puntos:

$$c = -\frac{(\Delta h)^2}{2D} - \frac{(\Delta h)^4}{8D^3}$$

siendo  $\Delta h$  la diferencia de altitud:

$$\Delta h = Z_B - Z_A$$

La corrección  $c$  siempre tendrá un valor negativo. La distancia reducida al horizonte medio será:

$$D_1 = D + c$$

#### 2.4.2- Reducción al nivel del mar

De forma aproximada, la distancia reducida al nivel del mar puede calcularse mediante la expresión (figura 2.4):

$$D_2 = \frac{D_1 R_L}{R_L + h_m}$$

Como radio  $R_L$  es suficiente con tomar el de la esfera local (véase 2.2) en un punto de latitud intermedia entre las de  $A$  y  $B$ .  $h_m$  es la altitud media entre los dos puntos:

$$h_m = \frac{Z_A + Z_B}{2}$$

#### 2.4.3- Paso de la cuerda al arco

Esta última etapa consiste en calcular la *distancia geodésica*, es decir, en pasar de la cuerda  $D_2$  que hemos obtenido en la etapa anterior al arco de elipsoide  $D_3$  entre los puntos  $A$  y  $B$ . La expresión a aplicar es:

$$D_3 = D_2 + \frac{D_2^3}{24R_L^2}$$

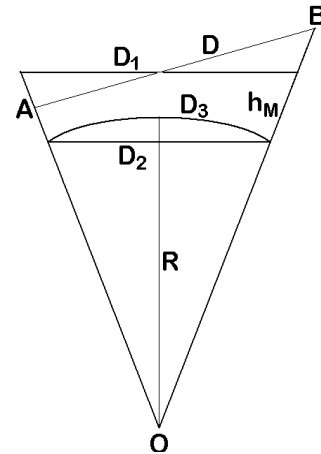


Fig. 2.4. Correcciones para reducir la distancia medida

### 3. GEODESIA ESPACIAL

#### 3.1.- INTRODUCCIÓN AL GNSS

La Geodesia Espacial se ocupa de la determinación de la posición de un punto de la superficie terrestre observando las señales procedentes de objetos externos a dicha superficie. Los objetos utilizados son los satélites artificiales, la Luna y los cuásares, aunque también se han llegado a realizar observaciones a globos en la atmósfera. Con estos métodos se puede calcular la posición relativa entre puntos de la superficie terrestre muy distantes entre sí, por ejemplo situados en continentes distintos, lo que permite comprobar las mediciones anteriores realizadas con métodos clásicos en los que se iban enlazando puntos sucesivos para alcanzar dichas distancias y completar aquellos enlaces que todavía estaban sin realizar.

En este capítulo nos vamos a centrar en la observación a satélites artificiales. Varios organismos han creado diferentes constelaciones de satélites, conocidas como Sistema Global de Navegación por Satélite: GNSS (en su acrónimo inglés).

Sistemas GNSS actuales:

- NAVSTAR-GPS: sistema desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos.
- GLONASS: sistema operado por el Ministerio de Defensa de la Federación Rusa.

Sistemas GNSS en proyecto:

- GALILEO: sistema desarrollado por la Unión Europea; a diferencia de los dos anteriores su finalidad de uso es civil. Actualmente no están operativos todos los satélites.
- COMPASS/BEIDOU: es el nombre del GNSS desarrollado por la Republica Popular China para su propio sistema de navegación. Actualmente está en fase de proyecto.



Fig. 3.1. Sistemas GNSS activos y en proyecto

#### 3.2.- CÓMO FUNCIONA EL GNSS

Los fundamentos del sistema son sencillos. Para entenderlo lo dividimos en pasos básicos:

- 1.- La base del sistema es la determinación de las coordenadas de un punto a partir de la medición de distancias, desde satélites, a ese punto.
- 2.- El receptor mide las distancias utilizando el tiempo de viaje de una onda radio desde el satélite al receptor. Para ello se mide el tiempo de retardo en recibir la señal con respecto al momento teórico de emisión.

- 3.- Necesitamos saber exactamente la posición en el espacio del satélite en el momento de enviar la señal, por ello el satélite transmite su ecuación de movimiento (efemérides) en función del tiempo.
- 4.- La posición del receptor será la intersección de todas las esferas, cada una con centro en la posición de un satélite y radio la distancia calculada.

Hay que tener presente que la señal GPS sufre una serie de retrasos (atmosféricos, de falta de sincronización de los relojes, etc.) que debemos intentar conocer y cuantificar para obtener así la medida más exacta de la distancia.

### 3.3.- CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTALES

El GNSS lo componen:

- **Sector espacial.**- Es el sistema de satélites. Para el GPS está formado por 6 planos orbitales de 4 satélites cada uno, mientras que el GLONASS posee 3 planos orbitales y 8 satélites por plano. El futuro GALILEO tendrá 3 orbitas y 10 satélites por cada una.
- **Sector control.**- Es el conjunto de estaciones terrestres que se encarga de controlar las órbitas y realizar el mantenimiento de toda la constelación. Están distribuidas a lo largo de todo el planeta.
- **Sector usuario.**- Son los receptores que calculan la posición en la que se encuentran.

### 3.4.- RECEPTOR GNSS TOPOGRÁFICO

El receptor está compuesto por una antena, que capta las señales emitidas por los satélites, y una unidad de recepción, procesamiento, control y almacenamiento de datos. Además se emplea una serie de elementos accesorios como baterías, trípodes, cables de conexión, etc. Los receptores están dotados de relojes de cuarzo, de gran precisión pero no comparable a la de los relojes atómicos de los satélites.

Lo que se debe tener siempre presente es que lo que se posiciona realmente es el centro radiométrico de la antena, a efectos de posibles correcciones. Todas las antenas están dotadas de un plano de tierra, de manera que sólo reciben por encima de ese plano, a fin de evitar la captación de señales reflejadas por el terreno u objetos adyacentes.



Fig. 3.2. Receptores GNSS y accesorios

### 3.5.- MEDICIÓN DE LAS DISTANCIAS

Los métodos que pueden utilizar los receptores GNSS para medir la distancia son dos: por *pseudodistancias* o por *medida de fase*.

- **Pseudodistancias.**- Es el método para medida de distancias introducido por el sistema GPS. Las mediciones son de gran precisión y nos permiten calcular la posición de un punto en tiempo real.

El sistema mide el tiempo que emplea una señal de radio (llamada pseudoaleatoria, ya que está generada de forma que parece que sea aleatoria) en llegar desde un satélite hasta el receptor y calcula la distancia, a partir de este tiempo, con la conocida expresión:

$$\text{velocidad de la luz} \cdot \text{tiempo} = \text{distancia}.$$

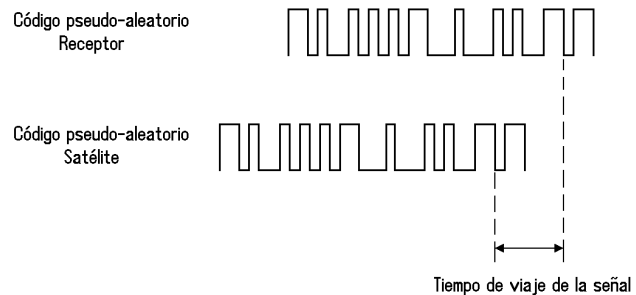


Fig. 3.3. Pseudodistancias

La clave para la medición del tiempo es conocer exactamente el instante en que el satélite envió la señal. Para ello, los satélites y los receptores generan el mismo código al mismo tiempo. Una vez recibida la señal del satélite se compara ésta retrospectivamente con la creada por nuestro receptor, así se determina cuanto tiempo hace que se generó ese mismo código y éste será el tiempo de viaje de la señal.

- **Medida de fase.**- Además del método de pseudodistancias existe otro denominado *seguimiento con ayuda de portadora* o medida de fase. Permite al receptor determinar con gran precisión dónde está exactamente el inicio del código pseudoaleatorio, lo que supone mediciones más precisas de la distancia que utilizando el método de pseudodistancias.

El sistema consiste en observar el desfase entre la señal recibida y la generada por el receptor ( $\Delta\phi$ , medida en función de la variación  $0^\circ$ - $360^\circ$ ). Este valor cambia con la distancia. Si se conoce la longitud de onda ( $\lambda$ ) de la señal y el desfase ( $\Delta\phi$ ) lo único que necesitamos para

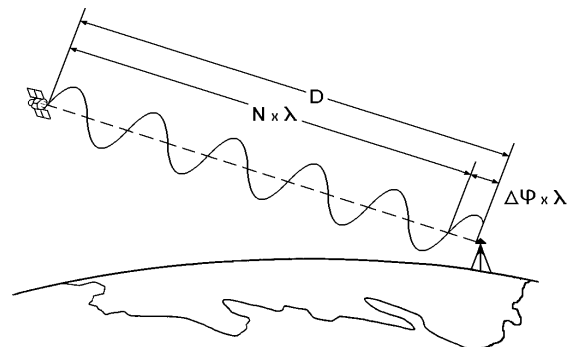


Fig. 3.4. Medida de fase

calcular la distancia es el número de ciclos completos ( $N$ ) que ha descrito la señal en su recorrido, puesto que la distancia será:  $D = \lambda (N + \Delta\phi)$ . El valor  $N$

se denomina ambigüedad y se obtiene, para un instante determinado, con un proceso de cálculo.

### 3.6.- TIPOS DE POSICIONAMIENTO EN GNSS

A continuación se indican los criterios habitualmente seguidos para la clasificación de los posicionamientos:

- **En función del sistema de coordenadas** a que se quiere referir un punto determinado:
  - 1.- Si se refiere a un sistema de coordenadas previamente definido se denomina *posicionamiento absoluto*.
  - 2.- Si se determinan incrementos de coordenadas respecto a otro receptor se denomina *posicionamiento relativo o diferencial*.
- **En función del movimiento** del receptor:
  - 1.- Si el receptor no se mueve se denomina *posicionamiento estático*.
  - 2.- Si el receptor se mueve se denomina *posicionamiento cinemático o dinámico*.
- **En función del método utilizado para la medida de distancias:**
  - 1.- Medición por pseudodistancias (resultados en tiempo real).
  - 2.- Medición por medida de fase (resultados en tiempo diferido).
- **En función del momento del cálculo de la posición:**
  - 1.- Medición en tiempo real.
  - 2.- Medición en tiempo diferido o postproceso. Se graban los datos leídos de los satélites y se procesan los datos posteriormente.

Estos tipos de posicionamiento se pueden combinar para dar solución a distintas aplicaciones; así tenemos:

- 1.- Posicionamiento dinámico absoluto (pseudo-distancias).  
Ej.: navegador de excursionista, del coche, barco, camión, etc.
- 2.- Posicionamiento dinámico relativo (pseudo-distancias o medida de fase).  
Ej.: aproximación al aterrizaje de aeronaves o barcos a puerto; levantamientos de vehículos en movimiento: batimetrías, vuelos fotogramétricos, cartografía de vías de comunicación, etc.
- 3.- Posicionamiento estático absoluto (pseudo-distancias).  
Ej.: posicionamiento para levantamientos geográficos, geológicos, biológicos, cuyas precisiones estén relacionadas con escalas gráficas pequeñas.
- 4.- Posicionamiento estático relativo en postproceso (medida de fase).  
Ej.: aplicaciones en Geodesia y Fotogrametría.
- 5.- Posicionamiento estático relativo en tiempo real (medida de fase). Este es el método más usado por su rapidez en la obtención de las coordenadas y la precisión alcanzada.  
Ej.: aplicaciones en levantamientos y replanteos de obras de ingeniería.

### 3.7.- MÉTODOS DE OBSERVACIÓN

Los posibles métodos de observación provienen de la combinación de los diferentes tipos de posicionamiento descritos anteriormente y se resumen en la siguiente tabla:

SISTEMA DE REFERENCIA	MOVIMIENTO DEL RECEPTOR	SISTEMA DE MEDIDA	MOMENTO DEL CÁLCULO	COMENTARIO A LOS MÉTODOS MÁS USADOS
ABSOLUTO	ESTÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	ESTÁTICO	SEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	Usado en el coche, móvil o por excursionistas
ABSOLUTO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	PSEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	Usado en el coche, móvil o por excursionistas
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	
RELATIVO	ESTÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
RELATIVO	ESTÁTICO	PSEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	
RELATIVO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	Usado en Geodesia y Topografía de precisión
RELATIVO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	RTK: es el método más usado en Topografía
RELATIVO	CINEMÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
RELATIVO	CINEMÁTICO	PSEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	
RELATIVO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	
RELATIVO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	

Pasamos a describir a continuación los métodos más extendidos en aplicaciones topográficas.

#### 3.7.1.- Relativo-estático-fase-postproceso

Consiste en observar y grabar la fase de la onda portadora con los receptores estáticos situados sobre los puntos de los que se desea obtener su posición relativa. Posteriormente se procesa la información y se calculan las coordenadas relativas (a este vector se le llama: *base-línea* o *línea-base*). La exactitud nominal típica para estos sistemas de doble frecuencia ronda los  $5\text{mm} \pm 0,5 \text{ partes por millón (ppm)}$  en horizontal y  $10\text{mm} \pm 0,5\text{ppm}$  en vertical.

Esta forma se suele aplicar midiendo una serie de líneas-base que forman una red que puede ser resuelta en su conjunto, denominada red-libre (obtendríamos las coordenadas relativas entre todos los puntos observados) o, si se conocen las coordenadas absolutas de algunos de los puntos, se resolvería una red-ligada (y se obtendrían las coordenadas absolutas del resto de los puntos).



### **3.7.2.- RTK: Real Time Kinematic**

RTK (del inglés Real Time Kinematic) o navegación cinética en tiempo real, es una técnica basada en el uso de medidas de fase de navegadores con señales GNSS donde una sola estación de referencia proporciona correcciones en tiempo real.

La estación base retransmite la fase del portador que hace mediciones y las unidades móviles comparan sus propias medidas de fase con las que está recibiendo la estación base. Hay varias maneras de transmitir una señal corregida de la estación base a la estación móvil. La manera más habitual de alcanzar una transmisión de señales en tiempo real y de bajo costo es utilizar un módem de radio, típicamente en la banda UHF. Hoy en día es muy popular el uso de comunicación GPRS (por vía de Internet celular móvil) entre la base y el móvil, o bien del móvil con respecto a una estación de referencia, que bien puede ser CORS (de operación continua). Permite que las unidades calculen su posición relativa en milímetros, aunque su posición absoluta sea exacta solamente al mismo nivel que la posición de la estación base. La exactitud nominal típica para estos sistemas de doble frecuencia ronda  $1\text{cm} \pm 2\text{ppm}$  horizontalmente y  $2\text{cm} \pm 2\text{ppm}$  verticalmente. Hay aplicaciones de RTK en sistemas de navegación automática (piloto automático), industria agrícola y otros fines similares.

#### **3.7.2.1.- Redes de estaciones de referencia GNSS que operan continuamente: CORS**

Las Redes Geodésicas convencionales, en sus distintas acepciones u órdenes, han constituido durante mucho tiempo la infraestructura topográfico-geodésica imprescindible para la referenciación geográfica de cualquier elemento sobre el territorio. Algunos organismos (generalmente públicos) han creado redes de estaciones de referencia GNSS, también denominadas Redes Geodésicas Activas, que cumplen idéntica misión a la realizada por las redes convencionales con el instrumental topográfico clásico. Su existencia garantiza la homogeneización de correcciones, evitando la duplicidad de coordenadas. El propósito es dar cobertura a la comunidad de usuarios en cuestión de datos, con objeto de alcanzar una gran precisión en el posicionamiento. La confiabilidad operacional y las exactitudes que se alcanzarán dependen de la densidad y las capacidades de la red referencia.

Una Red de Estaciones Permanentes GNSS cumple las siguientes funciones:

- Constituir un auténtico marco de referencia geodésico, que complementa a las redes geodésicas tradicionales basadas en vértices fijos.
- Enviar correcciones diferenciales de cada Estación GNSS para que un usuario pueda calcular su posición en tiempo real respecto a ella. La mayoría de redes ya emite también lo que se denomina *solución de red*, que consiste en las correcciones calculadas interpolando entre las reales, consiguiendo mejores precisiones.
- Proporcionar datos de las estaciones en formato RINEX para cálculos más precisos en postproceso.
- Almacenar los datos para futuros estudios de investigación entre las Estaciones de la red o con otras estaciones o redes: por ejemplo, en el estudio de movimientos tectónicos.

## REGAM - Estación referencia GNSS de Mula

La Estación GNSS de Referencia sita en Mula se encuentra sobre el tejado del Parque de Bomberos del Consorcio del Servicio de Emergencias de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.

Las coordenadas están referidas al ARP (Antenna Reference Point) de la antena AT504GG.



### ESTACIÓN REFERENCIA GNSS DE MULA

coordenadas Sist. Geodésico Ref. ETRS89	
geodésicas	cartesianas
lat = 38° 02' 27.998349" N	X = 5028272.168 m
long = 1° 26' 55.843126" W	Y = -127177.635 m
	Z = 3909243.426 m

coordenadas Sist. Geodésico Ref. ED50	
geodésicas	cartesianas
lat = 38° 02' 32.408770" N	X = 5028416.040 m
long = 1° 26' 51.453324" W	Y = -127074.190 m
	Z = 3909414.080 m

coordenadas Proyección UTM Huso 30 N	
ETRS89	ED50
X = 636115.217 m	X = 636226.049 m
Y = 4211511.905 m	Y = 4211719.559 m
Altitudes	
Altitud elipsoidal = 332.107 m	
Altitud ortométrica (EGM 2008 REDNAP) = 281.256 m	

Fig. 3.5. Datos de la estación de Mula de la red REGAM

Estas redes tienen dos formas de generar la estación de referencia base para el método RTK:

- Transmitir al receptor móvil directamente los datos de una de las estaciones de referencia que opera continuamente, normalmente la más cercana. Estamos en el caso del método RTK explicado anteriormente, pero el usuario solo tiene que aportar el receptor móvil.

- Utilizar el método de estaciones de referencia virtuales (VRS: Virtual Reference Station). Consiste en calcular los datos de fase que se recibirían si tuviésemos una estación GNSS cercana al usuario. Esto se hace mediante interpolaciones entre estaciones. De esta forma la parte de los errores relativos a la distancia a la estación base (partes por millón) se reduce al mínimo.



Fig. 3.6. Mapa de ubicaciones de la Red REGAM de estaciones permanente de la Región de Murcia

### 3.7.2.2.- Aplicación en minería

En general la aplicación del GNSS depende de la cobertura de señal, es decir de disponer de un número mínimo de satélites visibles para poder posicionarnos. Evidentemente en minería subterránea no se puede utilizar, pero cuando se trabaja en minería a cielo abierto nos encontramos con el problema de que se va perdiendo cielo conforme nos vamos situando más al fondo de la excavación y en la proximidad de las paredes.

Evidentemente la mejor técnica es el RTK, ya que nos permite realizar el levantamiento topográfico con rapidez y precisión y, en caso de necesitar replantear nuevas actuaciones, poder marcar en tiempo real las coordenadas. Para seguir funcionando con el RTK en situaciones en que se pierde gran parte del cielo, se puede situar un sistema auxiliar compuesto por varias antenas en los bordes de la excavación que complementan a la señal recibida GNSS y ayudan a mantener las precisiones del posicionamiento dentro de los valores establecidos, ya que de otra forma con la pérdida de cielo sería imposible.