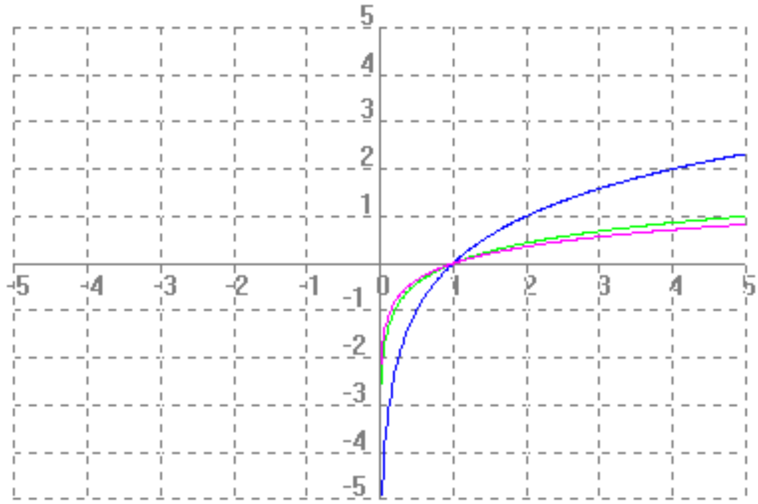
Funciones logarítmicas

Una **función** se llama **logarítmica** cuando es de la forma **y = log a x** donde la base a es un número real y positivo pero distinto de 1, puesto que el resultado sería 0.

Entonces se dan dos casos:

Base mayor que la unidad (a > 1)



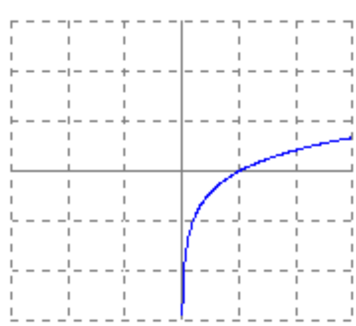
Comparación: Las 3 funciones (log 2 x, log 5 x, log 7 x) se unen en el punto (1,0) porque el log a 1 = 0, y el log a a = 1, con lo que coincide que la gráfica pasa por (1,0) y (a,1).

En la función logarítmica (cuando a > 1) cuanto mayor es la base del logaritmo, más cerca del eje X está.

Las funciones de la forma **y = log a x** cuando la base es mayor que la unidad (a > 1) tienen las siguientes características:

(tomando como ejemplo la función f (x) = log 5 x)

−Dominio: el dominio de la función son **los reales positivos** puesto que no existe el logaritmo de un número negativo. Dom (f) = R +



En este tramo la función es negativa porque al introducir la antiimagen de un número racional la imagen que da, es un número negativo, lo que no quiere decir que existan imágenes para números negativos en esta función, ya que es imposible. log −x "

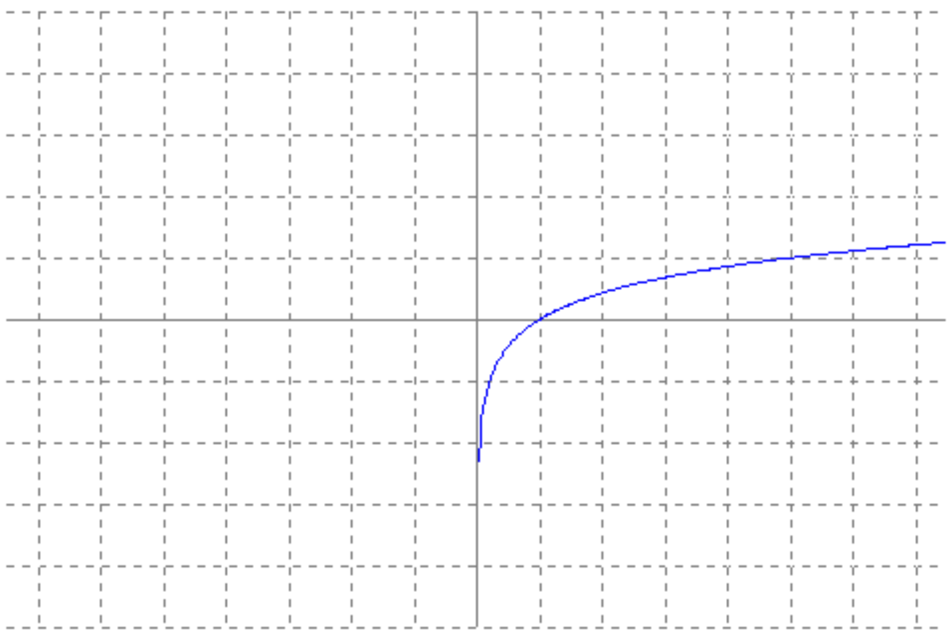
−Recorrido: el recorrido de la función es **toda la recta real**

ya que se ve como la función llega de −" y continua hacia + ".

−Continuas y crecientes: la función es **creciente** en todo su dominio porque...

...x < x' ! f(x) " f(x'), y **continua** porque todos sus puntos tienen imagen, tienen límite, y el límite de un punto coincide con la imagen del punto.

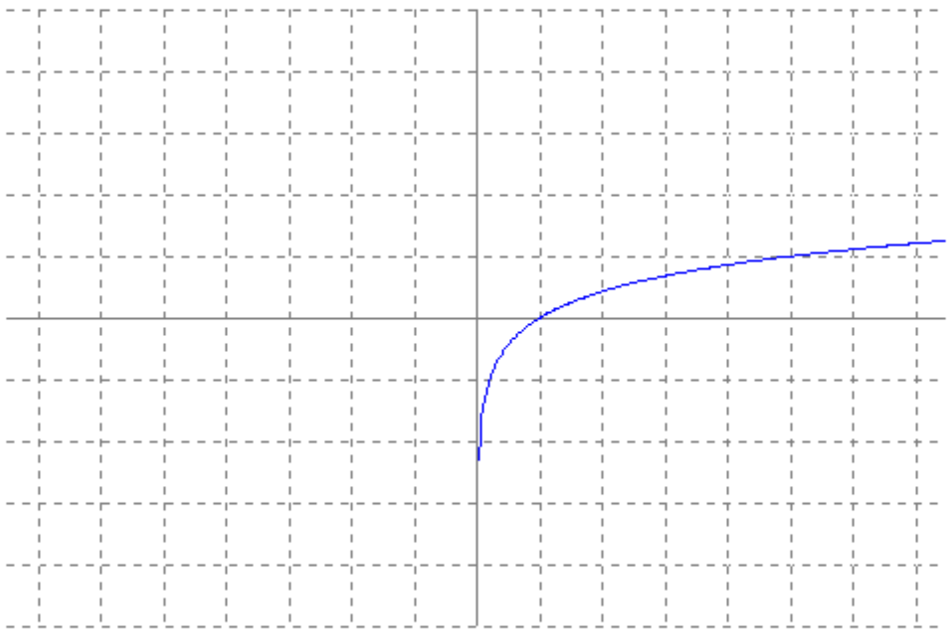
−Simetría: la función no es **ni** simétrica **impar** (por no ser simétrica respecto del origen) **ni** tampoco **par** (por no ser simétrica respecto del eje de coordenadas



no es simétrica respecto del origen

no es simétrica respecto del eje de ordenadas

−Asintotas: Partiendo del Dominio de la función (Dom(f) = R+),



no se ven números concretos candidatos a asíntota por lo que viendo la gráfica deducimos que

x = 0, es una **asíntota vertical** y al probarlo comprobamos que es cierto.

lim log 5 x = − "

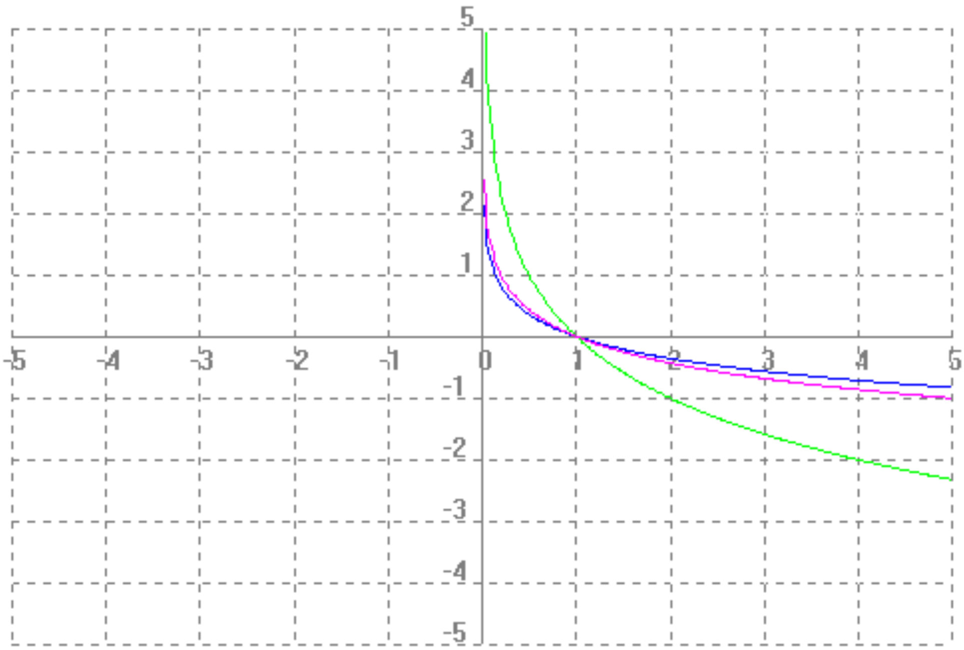
x ! 0 +

lim log 5 x = + "

x ! 0 −

No tiene asíntotas horizontales porque el limite cuando la función tiende a infinito no es un número concreto, (a simple vista se aprecia) al igual que **no tiene asíntotas oblicuas.**

<u>Base positiva y menor que la unidad (0 < a < 1)</u>



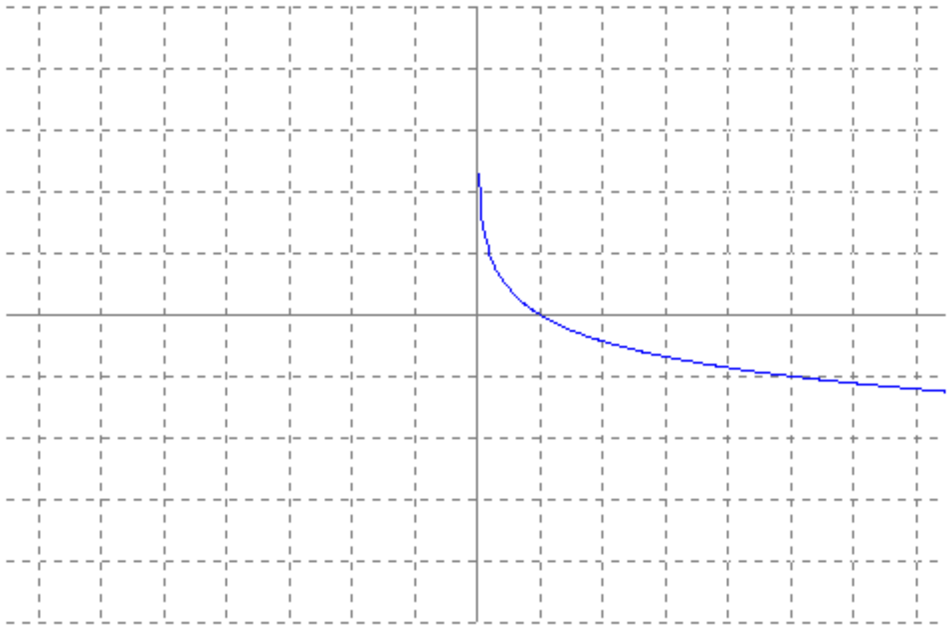
Comparación: Las tres funciones (log 1/7 x, log 1/5 x, log ½) pasan por el punto (1,0) al igual que en el otro tipo de función logarítmica ya que el log a 1 = 0, y también pasa por el punto (a,1) porque el log a a = 1.

En la función logarítmica (cuando 0 < a < 1) cuanto mayor es el denominador de la base de logaritmo más se cerca del eje X está.

Las funciones de la forma **y = log a x** cuando la base es menor que la unidad (0 < a < 1) tienen las siguientes características:

(tomando como ejemplo la función f (x) = log 1/5 x)

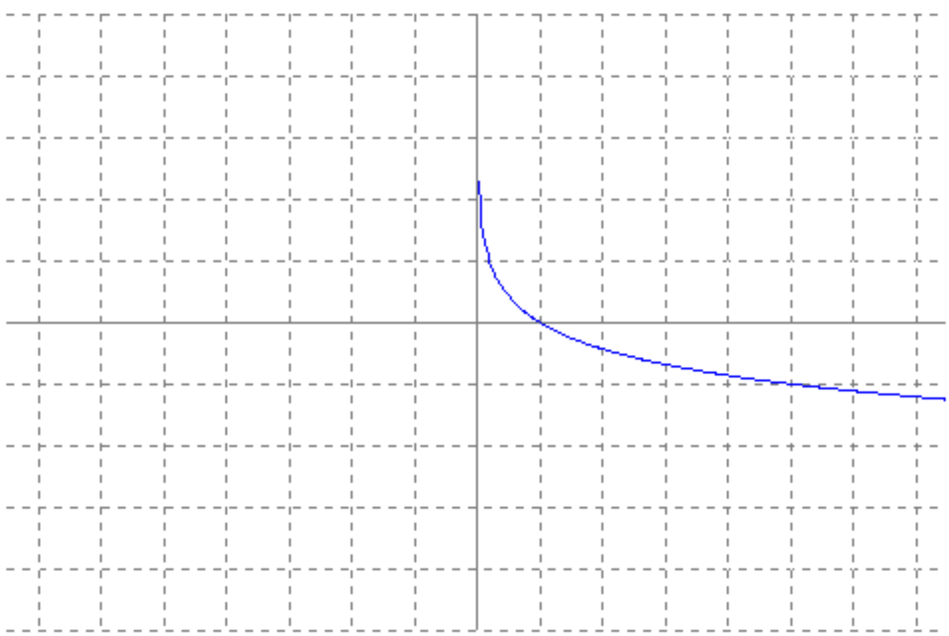
−Dominio: el dominio de la función son **los reales positivos** puesto que no existe el logaritmo de un número negativo Dom (f) = R +

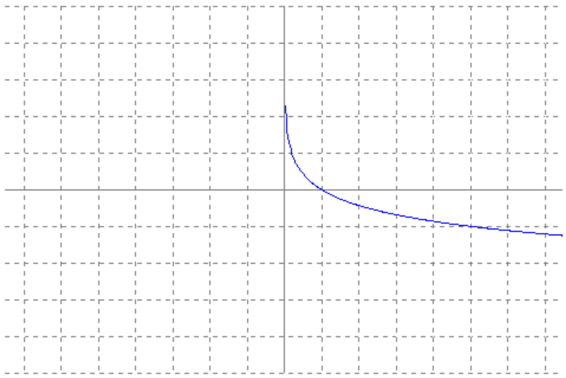


En este tramo la función es negativa porque al introducir la antiimagen de un número racional la imagen que da, es un número negativo, lo que no quiere decir que existan imágenes para números negativos en esta función, ya que es imposible. log −x ".

−Recorrido: el recorrido de la función es **toda la recta real**

y va desde −" a + ".





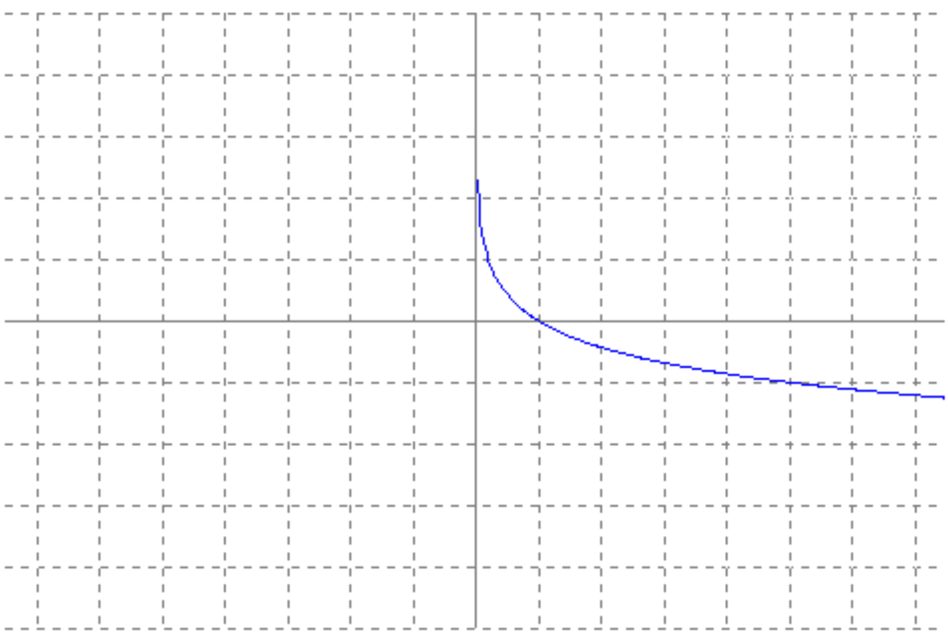
−Continua y decreciente: la función es **decreciente** en todo su dominio porque

x x'

f(x) f(x')

x < x' ! f(x) " f(x'), y **continua** porque todos sus puntos tienen imagen, tienen límite, y el límite de un punto coincide con la imagen del punto.

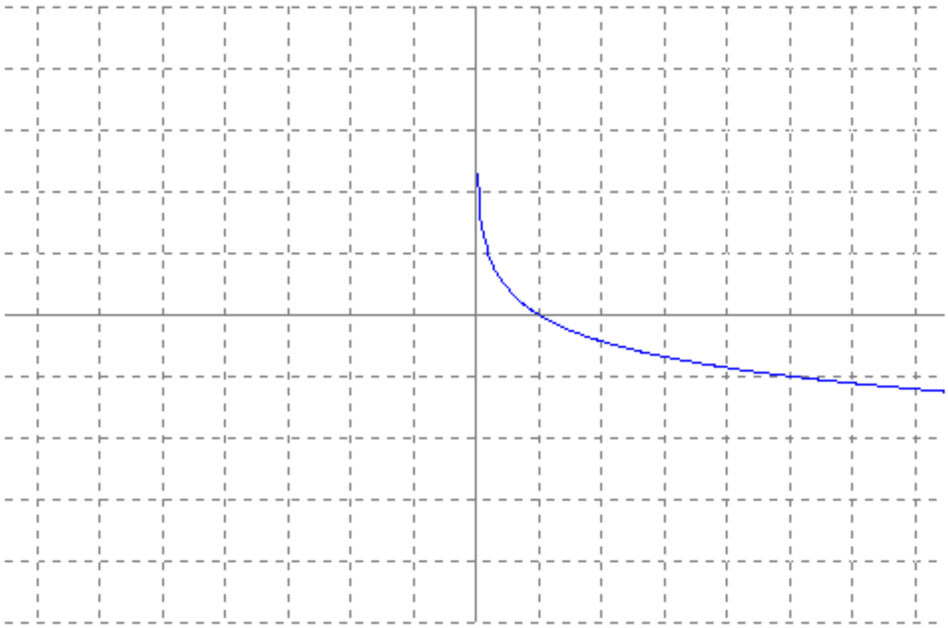
−Simetría: la función no es **ni** simétrica **impar** (por no ser simétrica respecto del origen) **ni** tampoco **par** (por no ser simétrica respecto del eje de coordenadas.



no es simétrica respecto del origen

no es simétrica respecto del eje de ordenadas

−Asíntotas: Partiendo del Dominio de la función (Dom(f) = R+),



no se ven números concretos candidatos a asíntota por lo que viendo la gráfica deducimos que

x = 0, es una **asíntota vertical** y al probarlo comprobamos que es cierto.

lim log 5 x = + "

x ! 0 +

lim log 5 x = − " x ! 0 −

No tiene asíntotas horizontales porque el limite cuando la función tiende a infinito no es un número concreto, (a simple vista se aprecia) al igual que **no tiene asíntotas oblicuas.**