Casi particolari di disequazioni irrazionali

1. $\sqrt{x^2-5}<2$

   Schema generale: $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) > 0 \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases}$

   Poiché conosciamo il segno del secondo membro non è necessaria la seconda condizione. Si ha:

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < [B(x)]^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5 \geq 0 \\ x^2-5 < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -\sqrt{5} \vee x \geq \sqrt{5} \\ -3 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 < x \leq -\sqrt{5} \vee \sqrt{5} \leq x < 3$$

2. $\sqrt{2-x} > -1$

   Quando la radice esiste è una quantità positiva o nulla quindi sempre maggiore di -1. Basta imporre quindi soltanto l'esistenza della radice

$$2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

3. $\frac{1}{2}\sqrt{x^2-2x} > \sqrt{2}$

   Schema generale:

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) > [B(x)]^2 \end{cases}$$

4. **Nel nostro caso particolare** $\sqrt{x^2-2x} > 2\sqrt{2}$

   Sappiamo che il secondo membro è positivo quindi non ha senso il primo sistema.

   Il secondo sistema si riduce ad un'unica disequazione poiché sappiamo che il secondo membro è comunque una quantità positiva. Si ha quindi una sola disequazione:

   $x^2-2x > 8 \Rightarrow x^2-2x-8 > 0 \Rightarrow x < -2 \vee x > 4$