DERIVATA DESTRA E SINISTRA

Ci sono funzioni che **pur essendo continue nel loro dominio, non sono derivabili** in tutti i punti dello stesso.

Richiedere infatti che una funzione *f* sia continua in un intervallo *I* non è sufficiente per dire che essa sia anche derivabile in ogni punto $x0 \in I$: **perché la funzione sia derivabile in** $x0$ **deve esistere il limite del rapporto incrementale**

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Ricordiamo che, *perché il limite esista, deve essere unico*: limite destro e sinistro devono dunque essere uguali.

Calcolare il limite destro Significa vedere come si comporta la funzione (o la sua derivata) per valori che si avvicinano a $x0$ da destra, cioè per valori più grandi di $x0$. Mentre calcolare il limite sinistro significa calcolare il valore della derivata per valori più piccoli di $x0$

DEFINIZIONE

Data una funzione $y = f(x)$, in un punto c:

la **derivata sinistra**

$$f'_-(c) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(c+h) - f(c)}{h};$$

la **derivata destra**

$$f'_+(c) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}.$$

Una funzione è **derivabile** in un punto c se esistono *finite* e *uguali* tra loro la derivata sinistra e la derivata destra.

$$\lim_{x \to x_0^+} f'(x) = \lim_{x \to x_0^-} f'(x)$$

Se derivata destra e sinistra non coincidono in un punto $x0$, i limiti destro e sinistro non coincidono, e qundi il limite del rapporto incrementale non esiste: **la funzione non è derivabile** in $x0$.

DEFINIZIONE

Una funzione $y = f(x)$ è **derivabile in un intervallo** chiuso $[a; b]$ se è derivabile in tutti i punti interni di $[a; b]$ e se esistono e sono finite la derivata destra in a e la derivata sinistra in b.