

## Razonamiento lógico matemático 6°

## Periodo 1

## Aplicaciones de las operaciones con naturales

## Situaciones aditivas

Las situaciones aditivas hacen referencia al uso de la operación suma como estrategia para representar o describir una situación de la vida cotidiana o de otro contexto.

## Ejemplo

Tengo ahorrados en una alcancía 25000 pesos, hoy mi papá le hecho a la alcancía 1800 y mi mamá 800 ¿Cuánto tengo en total?

Esta situación implica ir acumulando o adicionando dinero por lo cual para saber el total acumulado se requiere juntar todo mediante una suma.

$$\begin{array}{r} 25000 \\ 1800+ \\ \underline{800} \\ 27600 \end{array}$$

Para las situaciones aditivas es muy importante tener en cuenta que sólo se pueden sumar cantidades que tengan la misma unidad de medida o en su defecto, que se puedan convertir todas a una unidad de medida común, para después sumarlas.

## Situaciones multiplicativas

Son aquellas situaciones en las que se requiere sumar la misma cantidad en varias veces, para lo cual en vez de utilizar la suma se utiliza la multiplicación, que es en sí, una abreviación de la suma de términos iguales.

## Ejemplo 1:

Un artículo vale \$2800. ¿Cuál será el costo de 8 artículos?

## Solución.

Sumar 2800 pesos en 8 veces =  $2800 \times 8 = 22400$  pesos.

## Practiquemos lo aprendido

1. Una persona recorre 39 metros en un minuto ¿cuánto recorrerá en 15 minutos, a la misma velocidad?
2. Fernando va a cambiar dólares a un banco por que necesita 420 dólares para su viaje a Nueva York. Si cada dólar se lo cobran a \$4620 ¿Cuánto deberá pagar por todos los dólares cambiados?

## Suma de números positivos y negativos

No sólo se pueden sumar cantidades positivas, también se pueden sumar cantidades negativas o cantidades combinadas.

En los casos donde se relacionan sumas de cantidades positivas y negativas, es conveniente agrupar las positivas en un sólo término y las negativas en otro, para después compararlas, indicando cual número gana (tiene mayor magnitud) a partir de su signo y posteriormente indicar después del signo, en cuánto es mayor (la diferencia entre ellos).

## Ejemplo:

Tengo ahorrados en un banco 450.000 me pagaron por mi trabajo 860000, me gaste en el pago de los servicios de la casa 120000 y le debo a mi mamá 350000. ¿Qué dinero tengo realmente si pago las deudas?

## Cantidades positivas

450000 banco  
860000 trabajo  
 1310000

## Cantidades negativas

120000 servicios  
350000 deuda  
 470000

Para saber cuál es la diferencia entre estos dos totales, aunque ya se sabe que tiene más de lo que debe (ganan las magnitudes positivas), se hace una resta entre el dato de mayor magnitud y el de menor, colocando en su resultado el signo del mayor.

$$\begin{array}{r} 1310000 \\ \underline{470000} \\ 0840000 \end{array}$$

Por lo que se deduce que ganan los positivos en 84000 (+840000), es decir le sobran 840000.

NOTA: En el caso que sucediera al contrario, que los negativos sumaran 131000 y los positivos 47000, se haría la misma resta, para saber la diferencia entre estos valores, pero en este caso el signo que prevalecería sería el negativo.

### Situaciones aditivas y multiplicativas combinadas

Como su nombre lo indica son situaciones donde se requieren utilizar tanto operaciones de sumas como de multiplicaciones.

#### Ejemplo 1

En la tabla se representa el tiempo que se demora un estudiante en realizar las tareas que debe hacer para el día de mañana.

Materia	Tiempo gastado
Matemáticas	1 hora y media
Español	45 minutos
Inglés	30 minutos

¿Cuánto tiempo dedicó el estudiante a hacer sus tareas?

#### Solución:

Como se están hablando de dos unidades de medida diferente (las horas y los minutos) no puedo realizar la suma de forma inmediata, primero se debe convertir todo a horas o todo a minutos. Por facilidad

trabajaremos con la unidad de medida más pequeña que en nuestro caso son los minutos.

Pasando 1 hora y media a minutos quedarían (60 minutos más 30 minutos), esto es, 90 minutos que se dedicó a la tarea de matemáticas. Como el resto de valores están expresados también en minutos, ya si se puede proceder a sumar el tiempo total que gasto en hacer sus tareas.

$$\begin{array}{r} 90 \\ 45 + \\ \underline{30} \\ 165 \text{ minutos} \end{array}$$

De lo que se deduce que el tiempo que dedicó el estudiante a hacer las tareas es de 165 minutos.

Como ejercicio adicional, es muy usual expresar el tiempo en horas y en minutos, para lo cual existen muchas formas diferentes de hacerlo. Una de ellas es mirar cuantos grupos de 60 minutos (1 hora) puedo completar y cuantos minutos sobran.

$$60 + 60 = 120 \text{ y faltarían por tener en cuenta } 45 \text{ minutos, esto es el tiempo total sería } \mathbf{2 \text{ horas y } 45 \text{ minutos.}}$$

#### Ejemplo 2

Un comerciante de la calle compra en la minorista aguacates a 700 pesos y los vende a 1000 pesos. ¿Cuál será la ganancia de un día en el que vendió 54 aguacates?

#### Solución método 1

Valor de las ventas	Valor del costo
1 0 0 0	7 0 0
<u>X 5 4</u>	<u>x 5 4</u>
4 0 0 0	2 8 0 0
<u>5 0 0 0</u>	<u>3 5 0 0 0</u>
5 4 0 0 0	3 7 8 0 0

$$\begin{array}{r} \text{Ganancia} = \text{ventas} - \text{costos} \\ 54000 \\ \underline{-37800} \\ 16200 \end{array}$$

Esto es, ganó 16200 por los 54 aguacates vendidos

**Solución método 2**

Por un aguacate gana 300 pesos, por los 54 vendidos ganará 54 veces 300, esto es

$$\begin{array}{r} 300 \\ \times 54 \\ \hline 1200 \\ 1500 \\ \hline 16200 \end{array}$$

**Situaciones que implican divisiones**

Son situaciones donde se requiere repartir una cantidad en partes iguales para saber cuál es el valor correspondiente a cada parte y cuánto sobraría.

**Ejemplo 1**

Un hombre deja una herencia por un valor de 43000000. Según la ley, le corresponde la mitad a la esposa y el resto en partes iguales a sus tres hijos. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

**Solución**

Como la mitad le corresponde a la esposa, la mitad de 43000000 (43000000 dividido 2) es 21500000.

A los hijos por su parte le corresponde la otra mitad, que también son 21500000, pero esta cantidad se debe repartir entre los tres.

$$\begin{array}{r} \widehat{21500000} \quad | \quad 3 \\ \underline{05} \phantom{00000} \\ 20 \phantom{00000} \\ \underline{20} \phantom{0000} \\ 20 \phantom{0000} \\ \underline{20} \phantom{000} \\ 20 \phantom{000} \\ \underline{20} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \end{array}$$

Luego a cada hijo le corresponde \$7 166 666

**Ecuaciones aditivas**

Uno de los principios más importantes a tener en cuenta para resolver situaciones con ecuaciones es que “Si el todo se descompone en dos o más partes la suma de las partes debe ser igual al todo”.

**Ejemplo:**

Voy a la tienda con 10000 pesos y compro 1 bolsa de leche en 1800, 10 huevos en 3500 y un paquete de galletas en 2500. ¿Cuánto me deben devolver?

**Solución con sumas y restas**

Sumando el costo de los artículos comprados se obtendría

$$\begin{array}{r} 1800 \\ 3500 + \\ \underline{2500} \\ 7800 \end{array}$$

Lo que me deben devolver o sobra de los 10000 después de descontar los 7800 es:

$$\begin{array}{r} 10000 \\ - 7800 \\ \hline 02200 \end{array}$$

Luego la cantidad de dinero sobrante es \$2200

**Solución con ecuaciones**

La suma de todos los artículos y la devuelta a la cual se le denominará x, deben sumar 10000

**1800 + 3500 + 2500 + x = 10000**

**7800 + x = 10000**      Se juntaron términos semejantes.

**X = 1000 – 7800**      Se organizaron términos semejantes en cada lado de la ecuación.

**X = 2200**      Se realizó la operación indicada.

Ambas soluciones son correctas, ya que en matemática es muy usual que un mismo problema se pueda resolver de diferentes maneras.

**Ecuaciones multiplicativas.**

Se utilizan cuando se habla de sumar varias veces una cantidad. Para evitar sumar esta cantidad en varias veces, se hace una multiplicación lo cual facilitara el proceso.

**Ejemplo**

Fui a la tienda y compre 2 libras de carne, un paquete de arepas de 1500 y un quesito de 3500, pague con un billete de \$20.000 y me devolvieron \$600.

Expresa la situación en forma de ecuación tomando en cuenta que al dividir el todo (20000) en partes, la suma de todas las partes deben ser igual al todo.

**Solución**

Sea  $x$  el costo de una libra de carne, 2 libras de carne valdrán  $2x$ , por lo que la ecuación que representa la situación anterior sería:

$$\begin{aligned} \text{Carne} + \text{arepas} + \text{quesito} + \text{devuelta} &= 20000 \\ 2x + 1500 + 3500 + 600 &= 20000 \end{aligned}$$

**Solución de la ecuación**

$$2x + 5600 = 20000 \quad \text{se sumaron términos semejantes en cada lado.}$$

$$2x = 20000 - 5600 \quad \text{se agruparon por términos semejantes teniendo en cuenta que al cambiar un término de lado cambia de signo.}$$

$$2x = 14400 \quad \text{se realizaron operaciones en cada lado}$$

$$x = 14400/2 \quad \text{el término multiplicando paso a dividir}$$

$$x = 7200$$

De lo que se deduce que cada libra de carne tiene un costo de \$7200.

**Interpretación de gráficos estadísticos**

Una de las herramientas más usadas para presentar información en diferentes medios como prensa, noticieros, libros, resultados de investigaciones, entre otros, son las gráficas estadísticas. Con estas se logra presentar un resumen muy dicente y de fácil visualización sobre los resultados obtenidos de una muestra o población.

Las formas más usuales, seguramente por su sencillez, son los diagramas de barras o diagramas de líneas y las tablas de frecuencia.

**Diagramas de barras**

Los diagramas de barras se utilizan para representar los posibles valores (categorías) que puede tomar una variable al estar estudiando una muestra o población.

Para interpretar un diagrama de barras o una tabla de frecuencia es de vital importancia conocer la variable a estudiar o tratar, las categorías o posibles divisiones de dicha variable y las frecuencias absolutas de cada una de estas categorías

**Variable:**

Responde a la pregunta de qué se está hablando o estudiando, como puede ser el peso, la estatura, color del pelo, número de hermanos, etc.

**Categorías de una variable**

Son todos los posibles resultados diferentes en que puede ocurrir la variable.

**Frecuencia absoluta:**

Hace referencia al número de veces en que se da cada categoría o posible resultado.

**Ejemplo**

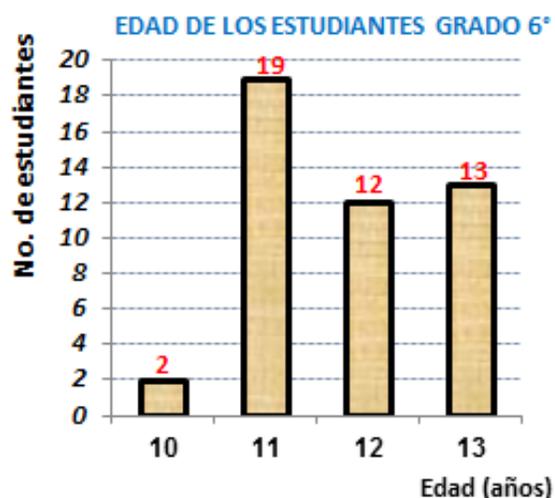
Se hizo una encuesta al grupo 6° 1 sobre la edad que tenían en ese momento y se representaron los resultados en una tabla de frecuencia

Edad (años)	f
10	2
11	19
12	12
13	5

Representar la información en un diagrama de barras

**Solución**

Para representar la información en un diagrama de barras, se ubican las categorías o posibles resultados de la variable en estudio en una línea horizontal y por cada categoría se construye una barra vertical que indique la frecuencia, es decir, la cantidad de elementos o individuos pertenecientes a cada categoría. Tal como se muestra a continuación.



Interpretación del diagrama de barras

- Se encuestaron 46 estudiantes.
- La edad más común de este grupo es de 11 años.
- La edad menos común es la de 10 años.

**Diagramas de líneas**

Son similares a los diagramas de barras, sólo que en vez de indicar con una barra la cantidad de veces que ocurre cada categoría, se indica con un punto u otra seña cualquiera y los puntos resultantes de las diferentes categorías se van uniendo secuencialmente por medio de líneas o segmentos, de allí que se le denomine diagrama de líneas.

Los diagramas de líneas se emplean para variables cuantitativas, generalmente para interpretar tendencias en el tiempo y hacer comparaciones entre dos o más tendencias.

**Ejemplo**

El profesor de estadística colocó como tarea encuestar por cinco semanas consecutivas a un grupo de 150 estudiantes al azar de la institución para indicar por cuál de los dos candidatos (Gustavo o Mariana) votaría para representante de los estudiantes del año en curso.

Después de recolectada la información organizarla en un diagrama de líneas y hacer inferencias a partir de los resultados.

En las tablas se presentan los resultados obtenidos en cada semana (1, 2, 3 y 4) por cada candidato de los dos que se lanzaron para representante de los estudiantes.

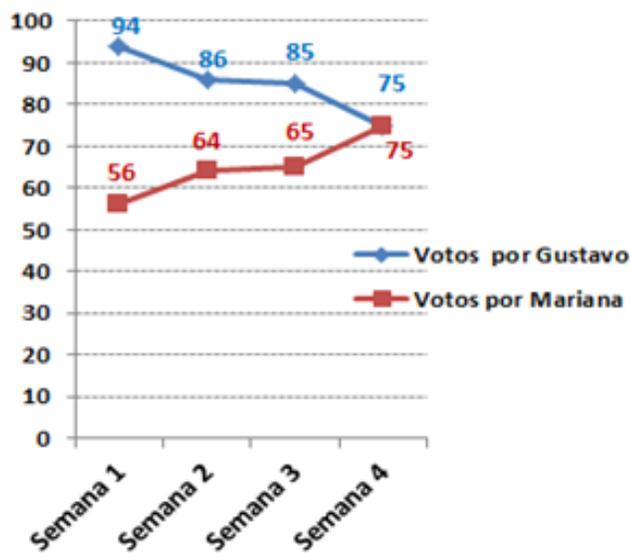
Resultados	Votos por Gustavo	Resultados	Votos por Mariana
Semana 1	94	Semana 1	56
Semana 2	86	Semana 2	64
Semana 3	85	Semana 3	65
Semana 4	75	Semana 4	75

**Solución**

En los diagramas de líneas, generalmente utilizados para mostrar tendencias en el tiempo, se utiliza el eje horizontal precisamente para representar la línea del tiempo y el eje vertical para la cantidad de individuos que pertenecen a cada categoría, en este caso, cada semana.

Como son dos tendencias se deben hacer dos diagramas de líneas en el mismo plano y aunque se podrían hacer en planos diferentes, no serviría para el propósito principal del gráfico que sería comparar estas dos líneas de tendencia.

A continuación se representa la información de las tablas de frecuencia en un diagrama de líneas.



Interpretación de la gráfica.

En la semana 4 ambos tienen la misma intención de votos, pero si se observa las líneas de tendencia, Mariana en la próxima semana tendría más votos a favor que Gustavo, aunque estas primeras 4 semanas siempre ha tenido menos votos.

Es importante aclarar que esta información también se puede representar de otras maneras, pero siempre se utiliza la que sea más fácil de visualizar.

Otra forma por ejemplo de representar la información anterior es mediante diagramas de barras, también organizados en el mismo plano, diferenciando cada caso por un color o seña diferente. Tal como se muestra a continuación.

