# RAZONAMIENTO 11° PERIODO 2

## Proporcionalidad directa

Se utiliza cuando se conoce la relación entre dos variables, a partir de la relación conocida, se puede completar o hallar cualquier otra relación.

Por ejemplo, si se conoce que 3 lápices cuestan 3400 se puede completar cualquier otra relación como cuánto costaran 18 lápices.

Una manera de solucionar este tipo de situaciones, cuando sólo se están relacionando valores de dos variables que son directamente proporcionales, es determinar el valor de cada unidad y luego multiplicar por el número de unidades. Sin embargo, no se explicará este método sino el método de relación de variables por medio de razones, por sus diversas aplicaciones tanto en matemáticas como en otras ciencias.

En matemáticas para relacionar dos variables se utiliza generalmente una razón. Cuando estas relaciones son muy utilizadas se acostumbra darles un nombre, entre algunos ejemplos podemos mencionar.

$$Velocidad\ media = \frac{distancia\ recorrida}{tiempo\ transcurrido}$$

$$\text{Dencidad}\ \ media = \frac{masa}{volumen}$$

$$\text{Pr}esión = \frac{Fuerza\ \text{aplicada}}{Area\ afectada}$$

$$Coseno = \frac{Cateto\ \ adyacente}{hipotenusa}$$

$$\pi = \frac{Longitud\ de\, la\ circunferencia}{diámettro}$$

Cuando en un caso determinado esta relación siempre da lo mismo (es constante) se dice que hay una relación de proporcionalidad directa entre las dos variables en cuestión.

Es importante aclarar que no toda relación entre dos variables es constante, por tanto no siempre hay proporcionalidad directa.

Un ejemplo de ello es la relación entre la edad y la estatura de una persona, aunque durante la primera parte de nuestras vidas a medida que aumenta la edad, también aumenta la estatura, no se hace en la misma proporción, esto es

$$\frac{Edad}{estatura} \neq \text{costan}\,te$$

**¿Cómo determinar si dos variables tienen una relación de proporcionalidad directa?**

Una de las formas, es tomar una relación conocida y duplicar el valor de una de ellas para ver qué sucede con el valor de la otra variable. Si la otra también se duplica entonces hay una relación de proporcionalidad directa entre ellas.

Por ejemplo, si cierta cantidad de productos me cuestan cierto valor, qué pasará, si compro el doble de productos. La respuesta sería, también tendría que pagar el doble del costo. De lo que se deduce que la relación entre el número de productos y el costo total, es una relación directamente proporcional.

**¿Por qué es importante conocer si dos variables son proporcionales o no?**

Porque si se conocen que las variables guardan una relación de proporcionalidad directa, a partir de una relación dada, se puede completar cualquier otra relación.

.

**Ejemplo 1 (Cantidad Vs costo)**

Si 3 lapiceros cuestan 3400 pesos ¿Cuánto costarán 18 lapiceros?

## Solución por proporciones (Igualdad entre razones)

Como el total de productos y el costo son variables directamente proporcionales, la razón o relación entre estas siempre van a ser iguales.

$$\frac{\text{Cantidad de artículos}}{\text{costo total}}=\frac{3}{3400}=\frac{18}{x}$$

Para solucionar una igualdad entre dos razones se pasan los denominadores al otro lado de la igualdad a multiplicar, (multiplicación en cruz)

$$\frac{3}{3400}=\frac{18}{x}$$

$$\begin{aligned}
3x &= 18\times 3400\\
x &= \frac{18\times 3400}{3}\\
x &= \frac{6\times 3400}{1}\ \text{se saco tercera}\\
x &= 20400
\end{aligned}$$

Como es un procedimiento tan usual, se acostumbra acortar el proceso sabiendo que el resultado x es igual a la multiplicación de la diagonal que tiene dos números dividido el otro número restante.

$$\frac{3}{3400}=\frac{18}{x}$$

$$\begin{aligned}
x &= \frac{18\times 3400}{3}\\
x &= \frac{6\times 3400}{1}\ \text{se saco tercera}\\
x &= 20400
\end{aligned}$$

## Solución por regla de tres

La regla de tres es una consecuencia directa de las propiedades de las proporciones al cambiar los medios en una proporción, quedando que la relación o razón entre dos valores de una misma variable debe ser igual a la razón entre sus correspondientes valores de la otra variable.

Se acostumbra organizar las variables ya no como una razón (verticalmente), sino una al frente de la otra (horizontalmente) tal como se muestra a continuación.

| **Cantidad lápices** | **Costo** |
|---|---|
| 3 | 3400 |
| 18 | y |

Una vez organizada la información disponible, si las variables son directamente proporcionales se igualan las dos razones resultantes y se resuelve la proporción, o en su defecto se utiliza el método alternativo donde la variable (y =18x3400 / 3).

Utilizando el proceso completo sería

$$\begin{aligned}
\frac{3}{18} &= \frac{3400}{\text{y}}\\
3\text{y} &= 3400\times 18\\
\text{y} &= \frac{3400\times 18}{3}\\
\text{y} &= 20400
\end{aligned}$$

Esto es, 18 lápices cuestan 20400

## Solución mediante una función o ecuación

Otra forma de resolver situaciones de proporcionalidad directa, es conocer primero la relación entre las dos variables en cuestión (y/x) que en muchas ocasiones sería el valor de la unidad.

Como esta relación o razón siempre da lo mismo ese resultado se va a denominar la constante de proporcionalidad K, esto es

$$\frac{y}{x}=K$$

Utilizando las propiedades de las igualdades se puede decir que la expresión

$$\frac{y}{x}=K \quad \text{Es lo mismo que} \quad y=Kx$$

La cual sería la función para representar una relación de proporcionalidad directa entre dos variables.

Para el ejemplo que se viene trabajando se obtendría lo siguiente

Sea (Y) el costo de los lápices y (X) la cantidad de lápices, la relación o razón entre esta variables sería.

$$\frac{y}{x} = \frac{3400}{3} = 1133{,}33$$

Al tener el valor de la relación entre las variables, (k =1133,33) que sería el valor de la unidad, se puede aplicar la función de proporcionalidad que plantea que la primera variable en cuestión (costo) va a ser k veces la segunda variable (cantidad de artículos), o lo que es lo mismo, el costo total es igual al valor de la unidad por la cantidad de unidades.

$$y = Kx$$

Como piden cuánto valen 18 lápices (x = 18) y se sabe que k = 1333,33, al remplazar en la función se obtiene lo siguiente.

$$\begin{aligned} y &= Kx \\ y &= 1333{,}33 \times 18 \\ y &= 20399{,}94 \\ y &\approx 20400 \end{aligned}$$

Obsérvese que al trabajar con decimales los valores no dan tan exactos, pues no se tienen en cuenta muchos decimales, por lo que en matemáticas se prefiere trabajar con fracciones en vez de decimales, para que los resultados sean más exactos.

**Ejemplo 2 (repartos proporcionales)**

*Elkin y Federico son dos muy buenos amigos y deciden montar un negocio en compañía, Elkin aporta para el negocio 400.000 y su amigo 600.000. Si en el negocio se ganan 380.000 cuanto le corresponde a cada uno proporcionalmente a lo aportado.*

**Solución**

En un negocio entre socios generalmente se hablan de dos variables (aportes y ganancias),

Una de las posibles formas de saber las ganancias individuales de los socios según lo aportado por cada uno, es conocer primero el aporte total y la ganancia total, para a partir de esta relación hallar las demás relaciones.

Para Elkin se formaría la siguiente proporción

Si para un aporte total de 1000000 las ganancias fueron 38000, a Elkin que aporto 400000 ¿cuánto le tocaría de ganancia?

| Aporte | Ganancia |
|---|---|
| 1000000 | 380000 |
| 400000 | X |

Resolviendo se obtendría

$$\begin{aligned} x &= \frac{400000 \times 380000}{1000000} \\ x &= \frac{4 \times 38000}{1} \text{ cancelando 6 ceros} \\ x &= 152000 \end{aligned}$$

Por lo que se deduce que a Elkin le corresponden 152000 pesos de las ganancias.

Para hallar las ganancias que le corresponden a Federico, se hallaría el valor del resto del dinero o en su defecto se formaría la siguiente proporción.

| Aporte | Ganancia |
|---|---|
| 1000000 | 380000 |
| 600000 | X |

$$\begin{aligned} x &= \frac{600000 \times 380000}{1000000} \\ x &= \frac{6 \times 38000}{1} \text{ cancelando 6 ceros} \\ x &= 228000 \end{aligned}$$

Esto es, a Federico le corresponden 228000

**Ejemplo 3 (Conversiones entre unidades de medida)**

Convertir 3500 Kilómetros a metros

**Solución.**

Conociendo que las unidades de medida siempre guardan entre sí una relación de proporcionalidad directa, a partir de la relación que existe entre kilómetros y metros (1 Km. son 1000 m.), se puede completar la relación pedida, de cuántos kilómetros serán 3500 metros.

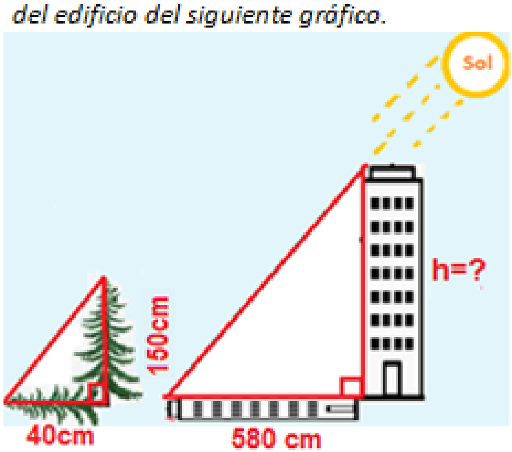
| Km | m |
|---|---|
| 1 | 1000 |
| x | 3500 |

Al solucionar la proporción se obtiene

$$x=\frac{3500\times 1}{1000}$$
$$x=\frac{35}{10}$$
$$x=3.5$$

**Ejemplo 4 (Semejanza de polígonos)**

*Conociendo que la sombra de un objeto a la misma hora del día y la altura, guardan una relación de proporcionalidad directa (forman triángulos semejantes entre sí). Hallar la altura del edificio del siguiente gráfico.*




**Solución**

Como la altura y la sombra son variables directamente proporcionales se deduce que:

| Sombra | Altura |
|---|---|
| 40 cm | 150 cm |
| 580 cm | h |

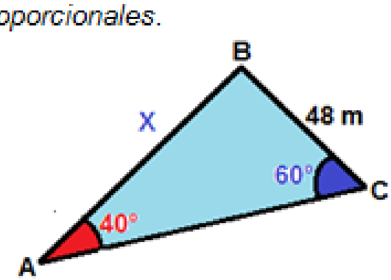
Al resolver la proporción queda

$$h=\frac{\overset{\overset{145}{290}}{\cancel{580}}\times 15\cancel{0}}{\underset{\underset{1}{2}}{\cancel{4}}\cancel{0}}$$
$$h=\frac{145\times 15}{1}$$
$$h=2175$$

La altura del edificio es 2175 cm, esto es, 21,75 m.

**Ejemplo 4 (ley del seno)**

*Hallar el lado faltante x del triángulo, conociendo que el seno de un ángulo y su lado opuesto, son directamente proporcionales.*




**Solución**

Aplicando la definición de proporcionalidad directa entre el seno del ángulo y su lado opuesto se deduce lo siguiente

$$\frac{Sen40°}{48}=\frac{Sen60°}{X}$$
$$X=\frac{48\times Sen60°}{Sen40°}$$

Utilizando la calculadora se obtiene que

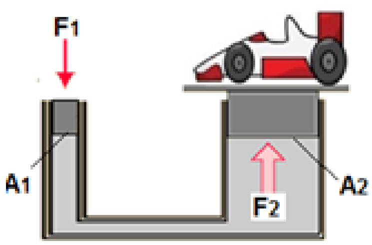
Sen 40° = 0,64 y Sen 60°=0.87

$$X = \frac{48 \times 0{,}87}{0{,}64}$$
$$X = 65{,}25$$

De los que se concluye que el lado opuesto a 60° (x) mide 60.

### Ejemplo 5 (principio de pascal)

*Un parqueadero presta el servicio de lavar autos y por comodidad para los empleados utilizan una máquina que funciona con un líquido encerrado y dos émbolos de 300 $cm^2$ y 4200 $cm^2$, la cual permiten levantar y bajar el vehículo según lo requieran, tal como se puede ver en la figura.*




Rediseñado de: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/pasc.html

*Si la fuerza aplicada y el área de aplicación de la fuerza, para esta máquina hidráulica, son directamente proporcionales a la fuerza o peso a levantar y el área afectada. ¿Cuál será la fuerza mínima (F1) que se debe aplicar sobre el embolo para levantar un auto que tiene un peso (F2) de 420.000 N?*

**Solución**

Como la fuerza y el área de aplicación de la fuerza tienen una relación de proporcionalidad directa se cumple que

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$
$$F_1 = \frac{F_2 \times A_1}{A_2}$$
$$F_2 = \frac{420000 \times 300}{4200}$$
$$F_2 = 30000$$

En conclusión, se debe aplicar una fuerza de 30000 N. para levantar un carro de 420000 N

### Ejemplo 6 (Elongación de un resorte)

*Al realizar experimentos de cuanto se estira un resorte dependiendo de la masa que se cuelgue en él, se llega a la conclusión que el peso o masa del objeto colgante y la elongación lograda por este, son variables directamente proporcionales.*

*Si a un resorte se le cuelga un peso de 20 gramos y este se estira 2cm, ¿Cuánto se elongará el resorte si se le cuelga un peso de 30 gramos?*

**Solución.**

Sea (F) el peso del objeto colgante y (x) la elongación que se logra al colgar dicho peso, por ser variables directamente proporcionales, la relación entre ellos es siempre constante, esto es

$$\frac{F}{x} = K \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad F = Kx$$

A continuación se presentarán dos posibles maneras de solucionarlo.

**Por proporcionalidad**

| *masa* | Elongación |
|---|---|
| 20 gr | 2cm |
| 30 gr | x |

$$x = \frac{30 \times 2}{20}$$

Re *solviendo queda*

x = 3

**Por ecuaciones**

$$k = \frac{F}{x} = \frac{20}{2} = 10$$

$$F = Kx$$

*para* F = 30

K = 10

$$30 = 10x$$
$$3 = x$$

**Proporcionalidad inversa**

Algunas relaciones entre variables no son directas, pero si tienen otro tipo de relación denominada inversa. Este tipo de relación se da cuándo al aumentar el valor de una de las variables la otra no aumenta, si no que disminuye en esta misma proporción.

El ejemplo más común de este tipo de situaciones es que entre más gente halla para hacer algo, menos tiempo se demoraran, de tal forma que si todos trabajan al mismo ritmo haciendo algo, si traen el doble de gente se demoraran la mitad del tiempo.

En las relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables (x/y) se observó que se conserva la relación inicial $(X_1/Y_1)$ porque al ampliarse o reducirse el valor de una variable en cierto factor (c), la otra se amplía o reduce en este mismo factor (c),

Si una de las variables por ejemplo se duplica (c=2) la otra también se debe duplicar (c=2), Generándose así una simple amplificación o complicación de fracciones, por lo que las fracciones o razones siempre serán iguales.

$$\frac{X_1}{Y_1} = \frac{cX_1}{cY_1}$$

Si se establece una relación entre dos variables X1/Y1 las cuales son inversamente proporcionales, al ampliar el valor de una de las variables por un factor cualquiera (c), la otra variable no se amplifica en el mismo factor si no que se reduciría en dicho factor y por ende no sería razones o fracciones equivalentes, ya que para que dos fracciones sean equivalentes o iguales se debe multiplicar tanto numerador como denominador por el mismo factor, si se multiplican por diferentes factores nunca serán iguales.

$$\frac{X_1}{Y_1} \neq \frac{cX_1}{\frac{Y_1}{c}}$$

Sin embargo, que pasa si en vez de dividir los valores correspondientes de las dos variables se **multiplican** entre sí dichos valores.

Si un valor de la primera variable $(X_1)$ se amplía en un factor k, se generaría un segundo valor $X_2$ que sería k veces el primero, esto es, $X_2 = (kX_1)$

Ahora bien, como hay una relación de proporcionalidad inversa entre las variables, el valor inicial de la segunda variable $(Y_1)$ por ser inversa, se reducirá en este mismo factor k, esto es, $Y_2 = \left(\frac{Y_1}{k}\right)$

Como al multiplicar una de las variables por un factor la otra variable se reduce o divide en el mismo factor, estos dos factores siempre se cancelaran y por ende los resultados serán siempre iguales entre sí.

$$X_1 \cdot Y_1 = kX_1 \cdot \frac{1}{k} Y_1$$

En otras palabras, el producto entre los valores correspondientes de estas dos variables, siempre será constante y se le denomina constante de proporcionalidad inversa.

$$X_1 \cdot Y_1 = X_2 \cdot Y_2 = K$$

La diferencia con la proporcionalidad directa es que en vez ser la razón o división la que me genera una constante, acá es el producto lo que genera la constante. Aplicando las propiedades de las igualdades se obtiene

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{Y_2}{Y_1}$$

Si se ubicaran las variables como si se fuera a hacer una regla de tres quedaría lo siguiente.

| Variable1 | Variable 2 |
|---|---|
| $X_1$ | $Y_1$ |
| $X_2$ | $Y_2$ |

Analizando los resultados anteriores, se podría hacer una correspondencia con estos diciendo que la razón entre dos datos de una misma variable, es igual a la razón entre los datos correspondientes de la otra variable pero de forma invertida.

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{Y_2}{Y_1}$$

**Función asociada a una relación de proporcionalidad inversa entre dos variables.**

Si se expresa, el hecho de que el producto de las dos variables, es siempre constante, despejando la Y, se obtendría

$$X \cdot Y = K$$
$$Y = \frac{k}{X}$$

Donde k es la denominada constante de proporcionalidad inversa

**Ejemplo 1. (Cantidad de población VS Tiempo)**

*Dos obreros trabajando juntos al mismo ritmo hacen un trabajo en 6 días. Si se requiere hacer el trabajo en 3 días ¿cuántos obreros debe haber?*

**Solución por regla de tres simple inversa**

Como entre más obreros trabajando menos tiempo se demoran, la relación es inversa. Esto es, se coloca una de las razones y se iguala con la otra razón pero invertida.

| Obreros | Días |
|---|---|
| 2 | 6 |
| y | 3 |

$$\frac{2}{y} = \frac{3}{6}$$
$$2 \times 6 = 3y$$
$$\frac{2 \times 6}{3} = y$$
$$4 = y$$

Se requieren 4 obreros para hacer la obra en 3 días

**Solución por funciones**

Como la relación entre las variables es inversa, se utiliza la función

$Y = \frac{k}{X}$ Donde Y es el número de obreros y X el de días

Lo primero en esta función es hallar el valor de la constante proporcionalidad k, para lo cual se remplaza en la función, dos valores conocidos de X y Y.

Como para y=2, x= 6 al reemplazar se obtiene

$$2 = \frac{k}{6}$$
$$6 \times 2 = k$$
$$12 = k$$

Una vez obtenido el valor de la constante de proporcionalidad inversa k, al reemplazarlo en la ecuación, se puede obtener cualquier valor de una variable a partir del valor de la otra.

$$Y = \frac{12}{X}$$

Para 3 días (X = 3) se obtiene

$$Y = \frac{12}{3}$$
$$Y = 4$$

**Ejemplo 2 (Engranajes)**

*Un engranaje compuesto por dos ruedas dentadas de 12 y 15 dientes respectivamente se pone en funcionamiento.*

*Si se conoce que por cada que pase un diente de una rueda pasa un diente de la otra, ¿cuántas vueltas dará la más grande mientras la pequeña da 15 1vueltas?*

**Solución**

Como pasan igual número de dientes por el punto de contacto, entre más dientes tenga la rueda menos vueltas podrá dar, de tal forma que si tiene el doble de dientes de otra dará la mitad de las vueltas que la otra. En otras palabras hay una relación de proporcionalidad inversa entre el número de dientes y el número de vueltas y por tanto la multiplicación entre los datos correspondientes o relacionados de estas dos v variables siempre son constantes.

$$X_1 \cdot Y_1 = X_2 \cdot Y_2$$

Sea x el número de dientes
Y el número de vueltas

$$12 \times 15 = 15 \cdot Y$$
$$\frac{12 \times 15}{15} = y$$
$$12 = y$$

Queda como ejercicio determinar cada cuántos dientes de paso por el punto de contacto de una rueda, vuelven a quedar en la posición inicial. Utilice mínimo común múltiplo.

**Ejemplo 3 (Máquinas simples)**

*Conociendo para que una balanza este en equilibrio la distancia al centro de apoyo y el peso de cada lado, se comportan como variables inversamente proporcionales. Si un cuerpo con una masa de 800 gr, se coloca a una distancia de 12 cm del centro de una balanza, ¿A qué distancia se debe colocar una masa de 600 gr. para que la balanza este en equilibrio?*

**Solución**

Como la distancia (d1) y el peso (p1) de un lado, tienen una relación inversamente proporcional con la distancia (d2) y el peso (p2) del otro lado

$$d_1 \cdot p_1 = d_2 \cdot p_2$$
$$800 \times 12 = d_2 \times 600$$
$$\frac{800 \times 12}{600} = d_2$$
$$16 = d_2$$

**Regla de tres compuesta**

Cuando hay una relación entre tres o más variables se puede utilizar la regla de tres compuesta para encontrar otras relaciones entre las mismas variables.

Para resolver una regla de tres compuesta lo importante es identificar la relación directa o inversa que existe entre la incógnita y cada una de las otras variables.

## Ejemplo 1

10 gallinas ponen 10 huevos en 2 días, 20 gallinas pondrán 20 huevos en cuántos días.

| Gallinas | Huevos | Días |
|---|---|---|
| 10 | 10 | 2 |
| 20 | 20 | y |

La relación entre días y huevos es directa puesto que entre más gallinas más huevos ponen, mientras que la relación entre días y gallina es inversa pues entre más gallinas menos días requieren para poner cierta cantidad de huevos.

Inversa

Directa

| Gallinas | Huevos | Días |
|---|---|---|
| 10 | 10 | 2 |
| 20 | 20 | y |

Para despejar la incógnita de la ecuación se coloca la razón de la incógnita y se iguala con el producto de cada una de las otras razones teniendo en cuenta que si es inversa la razón se invierte.

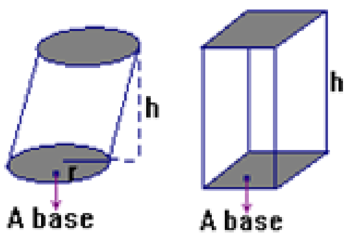
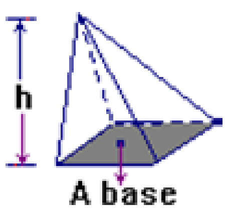
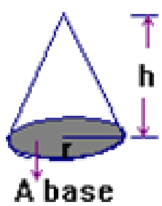
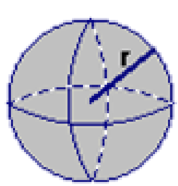
$$\frac{2}{y} = \frac{20}{10} \times \frac{10}{20}$$
$$\frac{2}{y} = \frac{2}{2}$$

$$2 \times 2 = 2 \times y$$
$$\frac{2 \times 2}{2} = y$$
$$2 = y$$

Para que 20 gallinas pongan 20 huevos se requieren 2 días.

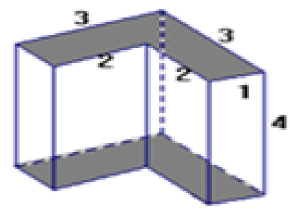
## VOLUMEN

Medida del espacio que ocupa un cuerpo o Capacidad que tiene un recipiente

| **Cuerpos geométricos** | **Volumen** |
|---|---|
| Cuerpos con dos caras paralelas e iguales   | **V** = área base X altura |
| Cuerpos con una cara base, y el resto de sus caras laterales convergen a un vértice común.     | **V** = $\frac{1}{3}$ del área base X altura |
| **Esfera**   | **V** = $\frac{4}{3}\pi r^3$ |

**Ejemplo 1.**

Hallar el volumen del siguiente sólido, si las medidas correspondientes están en centímetros.




Solución

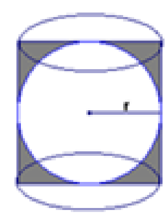
V = A base X altura

V = $(1cm. \times 3cm. + 2cm. \times 1cm.)6cm.$

V = $30cm.^2$

**Ejemplo 2**

Se tiene una esfera de 3 cm. de radio inscrita en un cilindro tal como se ilustra en la figura. Hallar el volumen que hay entre la esfera y el cilindro.




Solución

V = V cilindro – V esfera

V = $\frac{2}{3}\pi r^3$

**Ejemplo 3**

Cuántas vasijas cilíndricas de 2 cm. de altura y 6cm. de diámetro harán falta para almacenar 1.131 $cm^3$ de agua.

Solución

V. de la vasija = $\pi . r^2 h$ = $18 . \pi$ = 56,548 $cm^3$

Utilizando la regla de tres: Si con 1 vasija lleno 56,548 $cm^3$ cuántas vasijas necesito para llenar 1131 $cm^3$

R// Se requieren 20 vasijas cilíndricas para almacenar 1.131 $cm^3$ de agua.

**Volúmenes de cuerpos semejantes**

Si se conoce la relación entre los lados de dos cuerpos semejantes, la relación entre sus volúmenes es la misma pero elevada al cubo.

**Ejemplo 1.**

Si el volumen de un cono es $32cm^3$ y se quiere construir otro cono semejante cuya razón de semejanza sea 3/2 del cono inicial ¿Cuál es el volumen del nuevo cono?

**Solución**

Como la relación de semejanza es 3/2, la relación entre los volúmenes también es 3/2 pero al cubo

$$Vpedido = \left(\frac{3}{2}\right)^3 Vinicial$$
$$Vpedido = \left(\frac{3}{2}\right)^3 32 = \frac{27}{8} \times 32 = 108cm^3$$

**Relación de dos magnitudes o variables**

Para determinar la relación entre dos magnitudes o variables se hace una comparación entre estas mediante una razón, siendo aconsejable colocar en el numerador la variable que se pide relacionar en términos de la otra.

Una vez se tenga el valor de la razón entre las variables, para compararlas el denominador de la razón se pasa al otro lado a multiplicar quedando así comparadas las variables.

**Ejemplo 1**

*Cuál es la razón o relación entre los volúmenes de una esfera de radio 3cm (V1) y el de una esfera de radio 5cm. (V2)*

**Solución.**

Para saber cuál es la relación entre el V2 con respecto al V1, se coloca la razón entre estos dos volúmenes tal como se muestra a continuación.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{{}^3\!/_4\,\pi(5)^3}{{}^3\!/_4\,\pi(3)^3}$$
$$V2 = \frac{125}{27}V_1$$