

RAZ 10° PERIODO 3**Resolución de triángulos no rectángulos.**

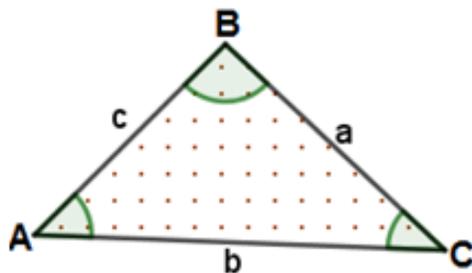
Se le llama resolución de triángulos al proceso de completar los ángulos y lados faltantes de un triángulo a partir de los datos conocidos.

Para resolver triángulos no rectángulos se usan generalmente las leyes del seno y del coseno, las cuales son una ampliación de las razones trigonométricas.

Ley del seno

En todo triángulo oblicuángulo se cumple que la relación entre el seno del ángulo y su lado opuesto es una constante, esto es forman una proporción.

Esta ley se aplica para hallar el valor de un lado o de un ángulo del triángulo, a partir de conocer un ángulo con su lado opuesto y cualquier otro dato.



$$\frac{\text{Sen}A}{a} = \frac{\text{Sen}B}{b} = \frac{\text{Sen}C}{c}$$

Igual que en cualquier proporción, de los cuatro términos se deben conocer tres o en su defecto, que falte sólo una incógnita en la proporción.

Ejemplo

En el triángulo anterior se conoce que la medida del lado $a = 10$ metros y su ángulo opuesto (A) mide 50° , Si el ángulo B mide 80° . ¿Cuánto medirá el lado b?

Solución

Como la relación entre el seno de un ángulo y su lado opuesto es la misma para cualquier par de estos elementos que se tomen de un triángulo, con el par de datos conocidos se puede completar otra relación.

$$\frac{\text{Sen}50^\circ}{10} = \frac{\text{Sen}80^\circ}{b}$$

Para despejar b de la ecuación o proporción se puede pasar cada término que está dividiendo a su lado opuesto a multiplicar.

$$b \cdot \text{sen}50^\circ = 10 \times \text{sen}80^\circ$$

Al despejar b y utilizar la calculadora se obtendría

$$b = \frac{10 \times \text{sen}80^\circ}{\text{sen}50^\circ}$$

$$b = \frac{10 \times 0,98}{0,77}$$

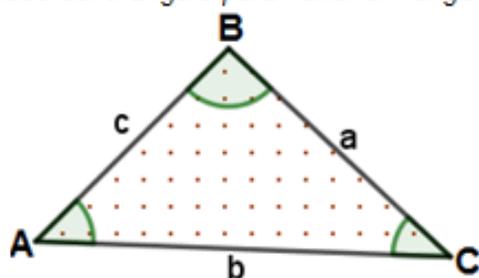
$$b = 12,7$$

De lo que se deduce que la medida del lado b es 12,7 metros.

Ley del coseno

Para cualquier triángulo se cumple que un lado al cuadrado es igual a los otros dos lados al cuadrado menos, 2 veces el producto de estos dos últimos lados y el coseno del ángulo que los une.

Esta ley se aplica cuando se conocen dos lados y el ángulo entre ellos para hallar el lado faltante o cuando se conocen los tres lados del triángulo para hallar un ángulo.



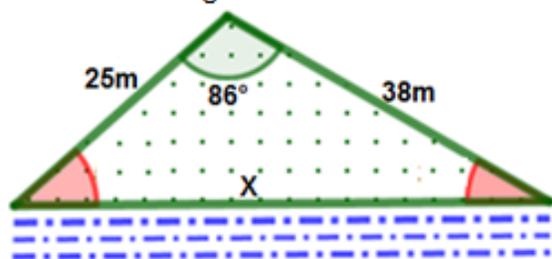
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(B)$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba\cos(C)$$

Ejemplo

El abuelo Bernardo tiene un terreno triangular al lado de un río, los lados del triángulo exteriores al río, de 25 y 38 metros respectivamente, se cortan formando un ángulo de 86° tal como se muestra en la figura



Si se desea cercar con tres cuerdas el terreno, ¿cuántos metros de cuerda como mínimo se necesitarán?

Solución.

Como el perímetro de la figura es la suma de todos los lados faltaría encontrar el valor de x para poder hallar su perímetro y posteriormente se multiplicaría por tres, ya que son tres cuerdas.

Como se conocen dos lados y el ángulo que los une se puede utilizar la ley del coseno, para hallar el tercer lado faltante x .

$$x^2 = 25^2 + 38^2 - 2(25)(38)\cos(86^\circ)$$

$$x^2 = 625 + 1444 - 132,5$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{1936,5}$$

$$x = \pm 44,01$$

Como en problemas de medida se descarta las respuestas negativas, se deduce que el lado x mide 44,01 metros.

Para finalizar el perímetro sería

$$\text{Perímetro} = 25 + 38 + 44,01$$

$$\text{Perímetro} = 107,01$$

Como una vuelta que es el perímetro mide 107,01 metros, las tres vueltas requerirían como mínimo $107,01 \text{ m} \times 3 = 321,03$ metros de alambre.