

Modelación de función cuadrática.

Al interpretar y solucionar un problema de función cuadrática de forma teórica, gráfica, canónica o polinómica, los diversos elementos que contiene este tipo de funciones pueden ayudar a determinar la solución de un problema.

Dentro de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ existen elementos como:

Infinitas coordenadas cartesianas (x, y)

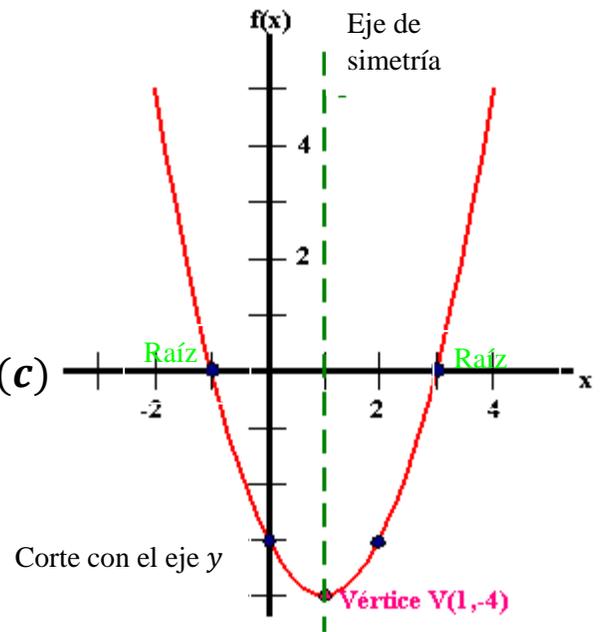
Un eje de simetría. $x = -\frac{b}{2a}$

Un vértice. $x = -\frac{b}{2a}$ $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$

Un máximo o mínimo.

Un corte con el eje y término independiente de la función (c)

Unas raíces

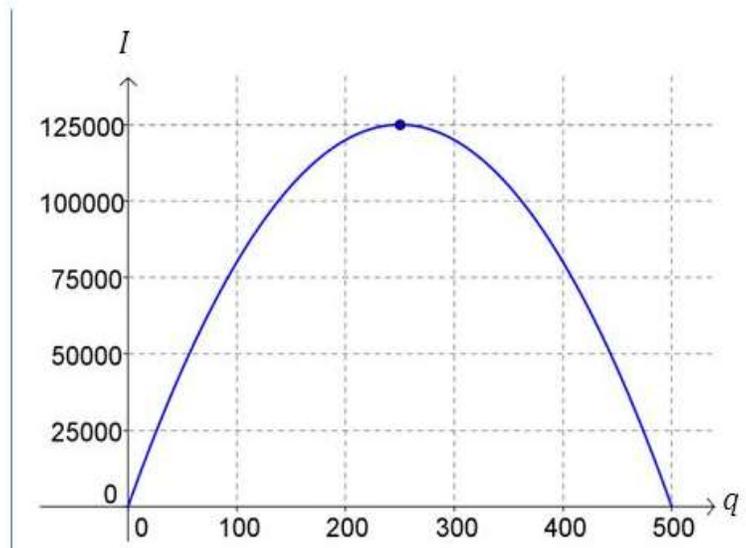


Ejemplo de Modelación:

El fabricante de un producto colombiano conoce que la función que representa los ingresos en términos de cantidad demandada es $I(q) = -2q^2 + 1000q$, donde q es el número de producción por unidad (q) y los ingresos \$ $I(q)$

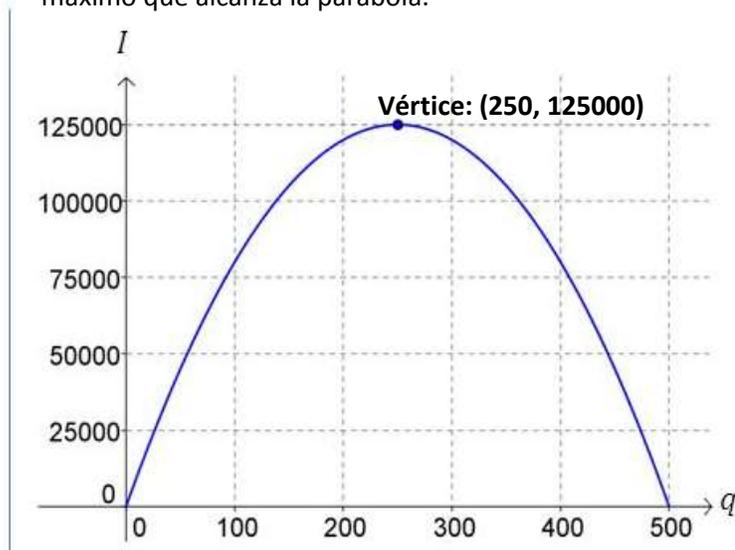
a) Éste fabricante quiere determinar el nivel de producción de tal manera que pueda saber cuántas unidades fueron necesarias para llegar al límite de los ingresos máximos alcanzados.

b) se requiere determinar los números de producción(q) con los que la empresa puede estar alerta para no generar pérdidas \$.



Observando la función y analizando el gráfico, existen diversas maneras para encontrar lo que el fabricante quiere determinar.

- a) Por ejemplo desde la perspectiva gráfica. El número de unidades producidas para alcanzar los ingresos máximos son los valores del vértice (q, I) de la parábola del valor máximo que alcanza la parábola.



Desde la perspectiva algebraica de la función. Al tomar la función es $I(q) = -2q^2 + 1000q$ y sabiendo que el vértice se encuentra con la fórmula $x = -\frac{b}{2a}$ $y = \frac{4ac-b^2}{4a}$ los valores del vértice definidos a partir de un procedimiento son:

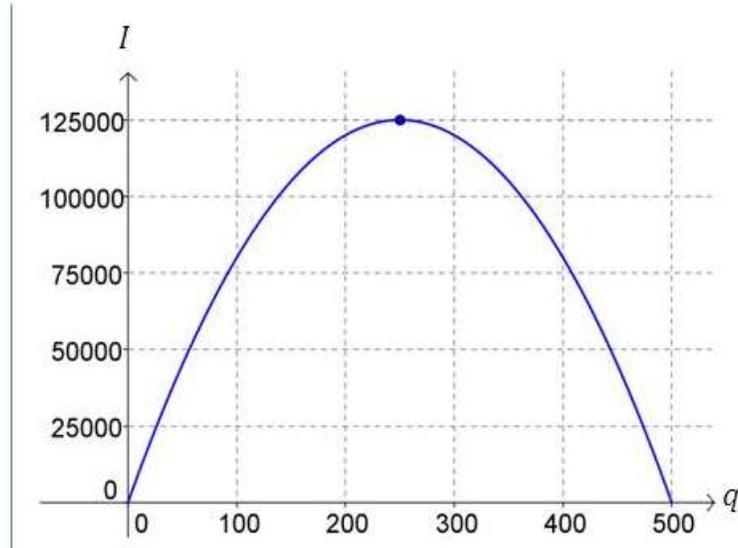
$$a = -2 ; b = 1000 ; c = 0$$

$$\text{Para } x = -\frac{(1000)}{2(-2)} = -\frac{1000}{-4} = \frac{1000}{4} = 250$$

$$\text{Para } y = \frac{4(-2)(0) - (1000)^2}{4(-2)} = 0 - \frac{1000000}{-8} = 125000$$

Evaluando estas dos perspectivas se puede decir que el número de unidades que lleva a alcanzar el límite máximo de ingresos es de 250 unidades con unos ingresos de \$125.000

- b) Desde la perspectiva grafica al observar la imagen se puede ver que los ingresos varían(Aumentan y disminuyen) a partir de una cantidad determinada de unidades (q)



Como el eje I representa los ingresos, el eje q representa el número de unidades producidas. Allí en este eje (q), se observa que desde las 0 unidades hasta las 500 unidades los ingresos generados por cada unidad producida no serán pérdida para la empresa.

Desde la perspectiva algebraica, al observar la función $I(q) = -2q^2 + 1000q$ a través de formula general se pueden determinar los valores que representan el margen que la empresa no puede sobrepasar para así evitar pérdidas.

$$a = -2 ; b = 1000 ; c = 0$$

$$\text{Formula general } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(1000) \pm \sqrt{(1000)^2 - 4(-2)(0)}}{2(-2)} = x = \frac{-1000 \pm \sqrt{(1000)^2 + 0}}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-1000 - \sqrt{(1000)^2}}{-4} = x_1 = \frac{-1000 - 1000}{-4} = -\frac{-2000}{-4} = 250$$

$$x_2 = \frac{-1000 + \sqrt{(1000)^2}}{-4} = x_2 = \frac{-1000 + 1000}{-4} = -\frac{0}{-4} = 0$$

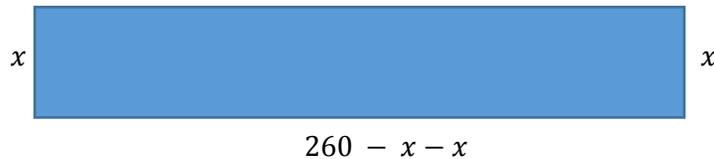
Los números de producción(q) con los que la empresa puede estar alerta para no generar pérdidas \$; están entre las 0 unidades y las 250 unidades.

Es tu turno.

Observa los dos siguientes problemas:

Problema de tipo a.

Un jardinero desea cercar con 260 *mts* de alambre un jardín rectangular. Sabiendo que solo debe colocar tres lados ya que el cuarto limita con su casa. Observando la imagen y utilizando el concepto y los elementos de la función cuadrática



¿Cuáles serían las dimensiones del cerco si se deseara tener un área máxima?

Problema de tipo b , c.

La función $f(x) = -x^2 + 60x - 200$ representa la utilidad en millones de pesos que obtiene una empresa al vender x unidades de su producto.

Utilizando la información dada al inicio del documento, determina las utilidades máximas alcanzadas y el número de unidades con las que la empresa dejaría de generar ganancias.

Puedes utilizar recursos de apoyo como:

<https://es.slideshare.net/RobertAraujo2/introduccion-funcion-cuadratica> apoyo de los elementos de función cuadrática

<https://www.geogebra.org/classic/eqtprpdt> para corroborar tu procedimiento.

Adjunta tus procedimientos tus respuestas y súbelos al enlace

https://drive.google.com/drive/folders/1_wxwia3InwFIytrtuyf3OAvnu_tMAP1R