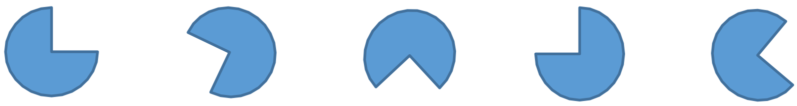
<u>Guía de aprendizaje 1° MEDIO</u>
<u>"Transformaciones isométricas"</u>

<u>Objetivo:</u> Reconocer transformaciones isométricas dadas en el plano, identificando puntos importantes, como vector traslación, centro de rotación, ángulo de rotación, eje o punto de reflexión.

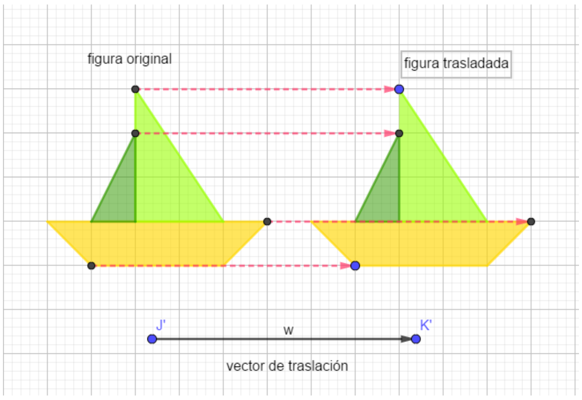
<u>Definiciones:</u>

1.- Transformaciones isométricas: Son cambios de posición de una figura a la que no se le altera ni la forma ni el tamaño (Isometría significa igual medida)



Existen tres tipos de transformaciones isometrías: **Traslaciones, Rotaciones y simetrías (o reflexiones).**

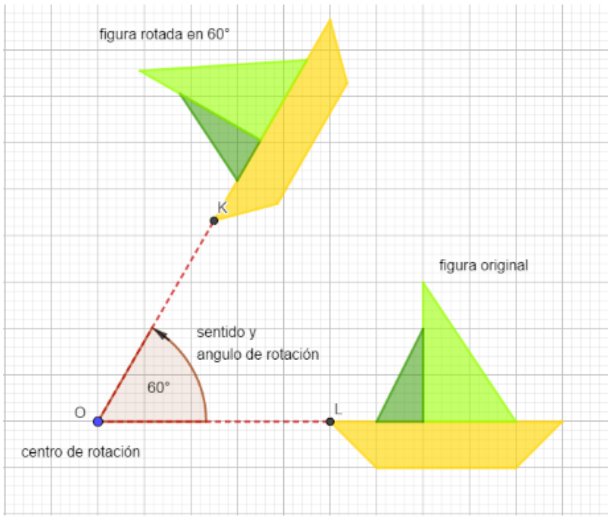
a) **<u>Traslaciones:</u>** Es un movimiento que cambia la posición de una figura, donde todos sus elementos se mueven en la misma dirección, según un vector.



Todos sus puntos se encuentran a la misma distancia, determinada por el vector de traslación y en la misma dirección que este indica

b) **<u>Rotaciones:</u>** Movimiento circular de una figura con respecto a un centro, en un ángulo dado. Los tres elementos que determinan una rotación son:

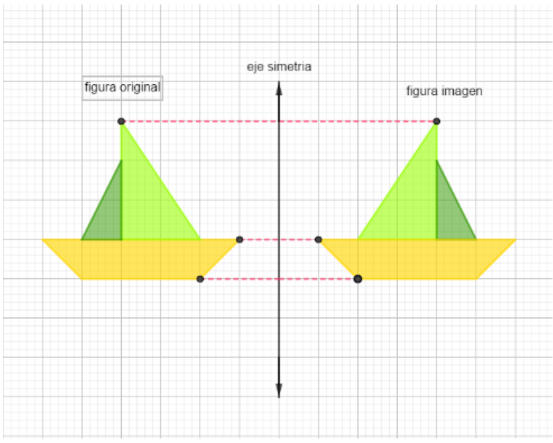
- Un punto llamado centro de rotación
- Un ángulo que indica la amplitud de la rotación
- El sentido de la rotación, que indica si es en el mismo sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario



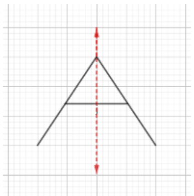
c) **<u>Simetrías:</u>** Es un movimiento que se le aplica a una figura y que produce el efecto de un espejo. Es decir, la figura se refleja. Existen dos tipos de simetrías: La Axial y la Central

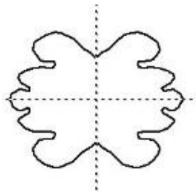
i) **<u>Simetría Axial:</u>** Es una transformación que se produce respecto de un **eje de simetría**, donde a cada punto de una figura se le asocia otro punto llamado imagen, que cumple las siguientes condiciones:

- La distancia desde el punto original al eje de simetría es igual a la distancia del eje a la imagen
- El segmento que une el punto original con su imagen, es perpendicular al eje de simetría.

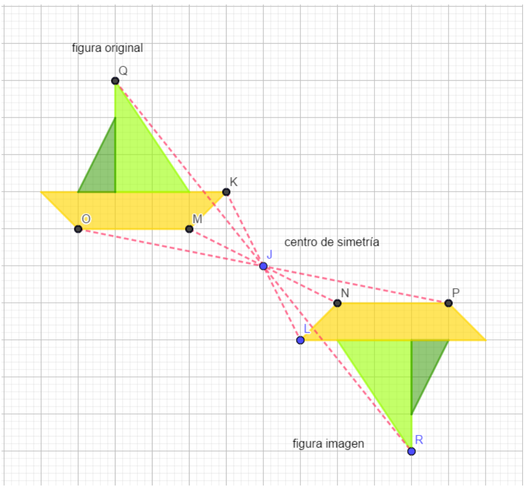


Observación: Eje de simetría en una figura, es aquella recta que atraviesa la figura dividiéndola en dos partes simétricas con respecto a la recta.
Ejemplo:





ii) **<u>Simetría Central:</u>** La simetría central, en geometría, es una transformación en la que a cada punto se le asocia otro punto, que debe cumplir las siguientes condiciones:
- El punto y su imagen estén a igual distancia de un punto llamado centro de simetría.
- El punto, su imagen y el centro de simetría pertenezcan a una misma recta.



<u>Observaciones:</u>
1.- Una simetría central es igual a una rotación en 180°
2.- Los componentes de transformación son:
- En la simetría axial el eje de simetría
- En simetría central el centro de simetría
- En la traslación el vector de traslación
- En la rotación el ángulo y centro de rotación y el sentido o dirección

Ejercicios:
1) Indica en cada caso si la transformación es una rotación, traslación o simetría

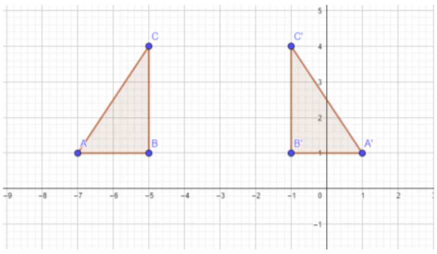
Respuesta: Rotación

Respuesta: simetría axial

Respuesta: Traslación

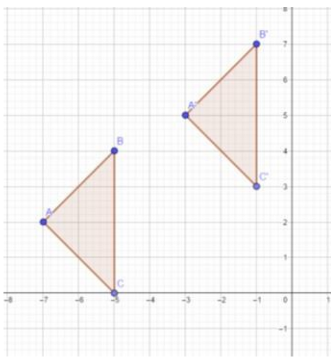
2) Identifica la transformación realizada e indica el componente de transformación. Si en la figura original los puntos aparecen como (A) y en la imagen como (A')

a)



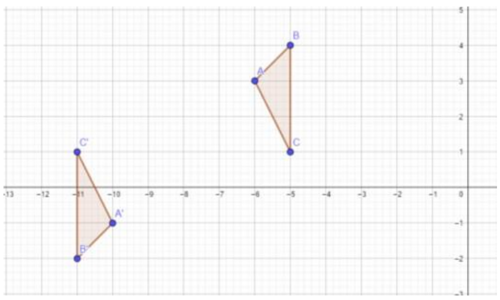
Respuesta: Simetría axial, eje es x=-3

b)



Respuesta: Traslación según el vector (4,3)

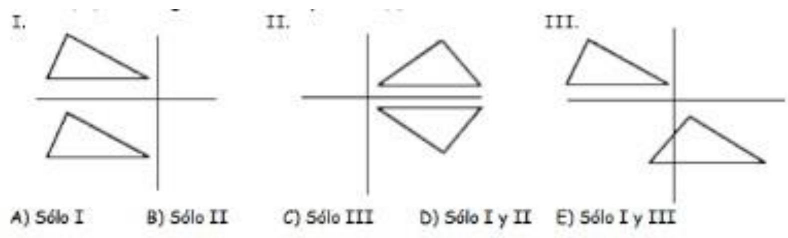
c)



Respuesta: Simetría central,
Centro de simetría es el punto (-8,1)

3) Encierra en un círculo la alternativa correcta

1.- ¿Cuál(es) de los siguientes casos representa(n) una traslación

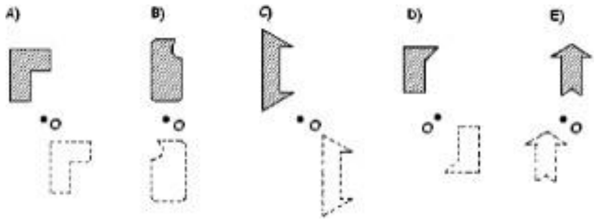


Resp: E

2.- Mediante una rotación de centro O y ángulo de giro adecuado, la figura sombreada ocupa la posición punteada. Esto se verifica en:

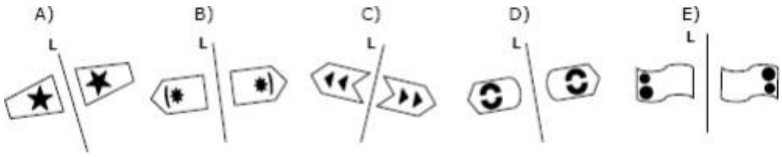
Resp: D

3.- Mediante una reflexión con respecto al punto O, la figura sombreada se reflejó en la figura punteada. Esto se verifica en



Resp: D

4.- ¿En cuál de las siguientes figuras NO se muestra una reflexión con respecto a la recta L?



Resp: E

Transformaciones isométricas en el plano cartesiano

1) **Traslación:** Si P(x, y) es un punto que se traslada según un vector $\vec{u}$ = (a,b), entonces queda trasladado en P'(x+a,y+b).

De esta forma es posible encontrar cualquiera de los tres elementos, punto original P, punto trasladado P´o vector de traslación $\vec{u}$. Conociendo solo dos de ellos.

Sean P(x,y); P´(z,w) y $\vec{u}$ = (a,b)

Si conocemos:	Podemos encontrar:
P(x,y) y $\vec{u}$ = (a,b)	P'(x+a, y+b)
P(x,y) y P'(z,w)	$\vec{u}$ = (z-x, w-y)
$\vec{u}$ = (a,b) y P'(z,w)	P(z-a, w-b)

Ejemplo:

Luego de aplicar una determinada Traslación en el plano cartesiano, el Δ ABC de vértices A (-4,2); B (-1, 1) y C (1,5) se transforma en el Δ A\`B\`C\`. Si sabemos que la abscisa de A\` es 1 y la ordenada de B´ es – 3, ¿Cuáles son las coordenadas de C\`?

A) (2,2) B) (6,1) C) (6,3) D) (-1,4) E) (5,-4)

Solución:

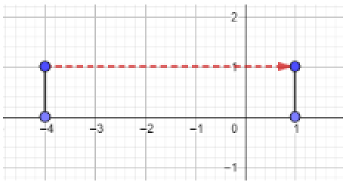
i) **En forma Algebraica:** Lo podemos resolver usando la tabla anterior

Coordenadas del triángulo	Vector de traslación	Punto trasladado
A(-4,2)	$\vec{u}$ = (z-x, ?) = (1—-4, ?) = (5, ?)	A'(1, ?)
B(-1,1)	$\vec{u}$ = (?, w-y)= (?, -3-1) = (?, -4)	B'(? , -3)
C(1,5)	$\vec{u}$ = (5,-4)	C'(1+5, 5-4) = C'(6,1)

ii) **En forma geométrica**: También lo podemos resolver graficando los puntos en los ejes coordenados, haciendo lo siguiente:

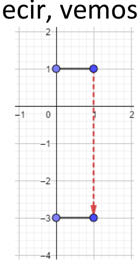
No conocemos el vector traslación, pero lo podemos determinar con la abscisa de A´y la ordenada de B´.

Para la primera componente usamos las abscisas de A y A´ y vemos la distancia que hay entre -4 y el 1 en el eje X de un sistema de coordenadas:



Esta es 5, pues se mueve 5 lugares a la Derecha.

Para la segunda componente usamos las ordenadas de B y B´ y hacemos lo mismo pero en el eje Y, es decir, vemos la distacia entre el 1 el -3



Esta es -4, pues se mueve 4 lugares hacia abajo

Por lo que las componentes del vector es $\vec{u}$ =(5,-4)

Como el punto es C(1,5) al trasladarlo según el vector $\vec{u}$ =(5,-4), entonces las coordenadas de C' son:

C'(1+5, 5-4)= C'(6,1)

Alternativa B

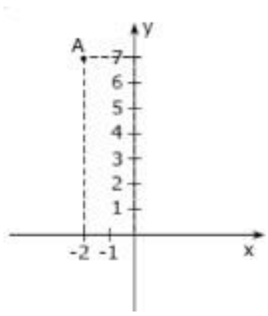
2) **Rotación:** Si P (x,y) es un punto que se rota con respecto al origen O(0,0), en sentido **anti horario** en un ángulo de 90°, 180° o 270°; este queda como:

Angulo	El punto queda rotado como
90°	P’(-y,x)
180°	P’(-x,-y)
270°	P’(y,-x)
360°	P’(x,y)

Ejemplo:

Al aplicar una rotación de centro en el origen y ángulo de giro de 270º, en sentido anti horario, al punto A de la figura, se obtiene el punto A’ cuyas coordenadas son:

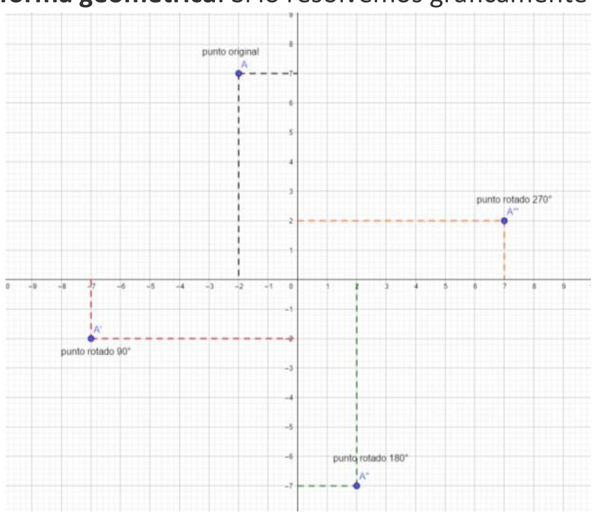
A) (2, 7)
B) (-2, -7)
C) (7, -2)
D) (7, 2)
E) (-7, -2)



Solución:

i) **En forma algebraica**: El punto A tiene coordenadas A(-2,7) Como rota en 270°, usando la tabla anterior el punto se debe invertir y se le cambia el signo a la segunda coordenada, es decir: A’(7,2)

ii) **En forma geométrica**: Si lo resolvemos gráficamente ocurre lo siguiente



Alternativa D

3) Simetrías:
   a) Todo punto del plano cartesiano P(x , y) tiene su simétrico P'(− x ,− y) con respecto al origen O(0 , 0).
   b) Todo punto del plano cartesiano P(x , y) tiene su simétrico P’(x , − y) con respecto al eje de las abscisas y un simétrico P’’(− x , y) con respecto al eje de las ordenadas.

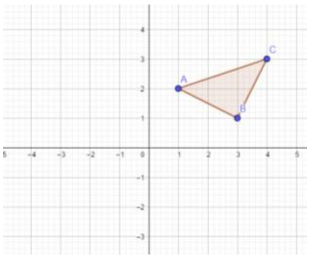
Si el punto P(x,y) se refleja

Con respecto al	Su imagen es
Eje X	P’(x,-y)
Eje Y	P’(-x,y)
Origen O(0,0)	P’(-x,-y)

Ejemplo:

En base a la figura resolver los siguientes ejercicios:

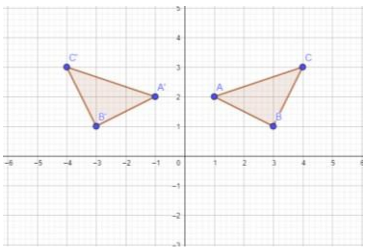
a) Aplicar una reflexión al triangulo ABC respecto al eje de las ordenadas y determinar coordenadas del triángulo imagen.
b) Aplicar una reflexión al triangulo ABC respecto al eje de las abscisas y determinar coordenadas del triángulo imagen.
c) Aplicar una reflexión al triangulo ABC respecto al origen O(0,0) y determinar coordenadas del triángulo imagen.



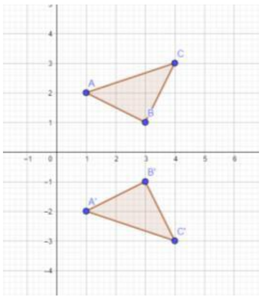
Solucion:
Las coordenadas de los puntos son A(1,2); B((3,1) y C(4,3)

Ejercicios al estudiante:

a) Respecto al eje de la ordenada o eje Y (Debemos cambiar el signo de la primera coordenada), es decir:
   A’(-1,2)
   B’(-3,1)
   C’(-4,3)



b) Respecto al eje de la abscisa o eje X (Debemos cambiar el signo de la segunda coordenada), es decir:
A'(1,-2)
B'(3,-1)
C'(4,-3)



c) Respecto al origen O(0,0) (debemos cambiar el signo de ambas coordenadas)
A'(-1,-2)
B'(-3,-1)
C'(-4,-3)